International Journal of Innovation and Scientific Research
ISSN 2351-8014 Vol. 13 No. 2 Feb. 2015, pp. 554-565

http://www.ijisr.issr-journals.org/

Analyse discriminante cas d'un échantillon des partenaires d'une société industrielles

[Discriminant analysis case of a sample of partners of an industrial company]

Moulay El Mehdi FALLOUL[1] and Aziz OUIA[2]

Doctorant en économie et finance appliquée,
Université Hassan II Mohammedia,
Mohammedia, Maroc

Enseignant chercheur en statistiques appliquées,
Université Hassan II Casablanca,
Mohammedia, Maroc

ABSTRACT: Discriminant analysis of the problems involved in the classification of one or more individuals in one or another of a series of pre-defined groups. This is a statistical method for studying the differences between two or more groups of individuals or objects by considering several metric variables simultaneously. The discriminant analysis used to build a predictive model of allocation based on observed characteristics of each individual group. We will use this method to analyze a sample of customers taken from the marketing department of an industrial company in the region of Casablanca

KEYWORDS: Discriminant analysis, case of two populations, case of many populations, discriminant function, sores.

RESUME: L'analyse discriminante intervient dans les problèmes de classement d'un ou plusieurs individus dans l'un ou l'autre d'une série de groupes préalablement définis. C'est une méthode statistique permettant d'étudier les différences entre deux ou plusieurs groupes d'individus ou d'objets en considérant simultanément plusieurs variables métriques. L'analyse discriminante permet de construire un modèle de prévision de groupe d'affectation basé sur les caractéristiques observées de chaque individu. Nous allons utiliser cette méthode pour analyser un échantillon des clients prélevé de la direction marketing d'une société industrielle de la région du grand Casablanca.

MOTS-CLEFS: Analyse discriminante, cas de deux populations, cas de plusieurs populations, fonction discriminante, les scores.

1 INTRODUCTION

L'analyse discriminante intervient dans les problèmes de classement d'un ou plusieurs individus dans l'un ou l'autre d'une série de groupes préalablement définis. C'est une méthode statistique permettant d'étudier les différences entre deux ou plusieurs groupes d'individus ou d'objets en considérant simultanément plusieurs variables métriques. L'analyse discriminante permet de construire un modèle de prévision de groupe d'affectation basé sur les caractéristiques observées de chaque individu. Nous allons utiliser cette méthode pour analyser un échantillon des clients prélevé de la direction marketing d'une société industrielle de la région du grand Casablanca.

2 LES BASES MATHEMATIQUES DE L'ACP

2.1 CAS DE DEUX POPULATIONS

2.1.1 SEPARATION

Supposons que nous avons deux populations. Supposons $X_1, X_2, \ldots, X_{n_1}$ être le n_1 observation de la population 1 et supposons $X_{n_1+1}, X_{n_1+2}, \ldots, X_{n_1+n_2}$ être le n_2 observations de la population2.

On remarque que $X_1, X_2, \ldots, X_{n_1}$, $X_{n_1+1}, X_{n_1+2}, \ldots, X_{n_1+n_2}$ sont des vecteurs $p \times 1$. La méthode discriminante de Fisher est de projeter ces $p \times 1$ vecteurs aux valeurs réelles via une fonction linéaire $l(X) = a^t X$ et *essayer de séparer les deux populations autant que possibles, où une partie est* un vecteur $p \times 1$ [1].

La méthode discriminante de Fisher est comme suit :

Trouver le vecteur $\hat{a}$ qui maximise la fonction de séparation $|S(a)|$,

$$S(a) = \frac{\overline{Y_1} - \overline{Y_2}}{S_Y},$$

Où $\overline{Y}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} Y_i}{n_1}, \overline{Y}_2 = \frac{\sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} Y_i}{n_2}, S_Y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} (Y_i - \overline{Y}_1)^2 + \sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} (Y_i - \overline{Y}_2)^2}{n_1 + n_2 - 2}$, et

$Y_i = a^t X_i, i = 1,2,\ldots, n_1 + n_2$

$$\boxed{Y_{n_1+1}, Y_{n_1+2}, \ldots, Y_{n_1+n_2}}$$

Dans la mesure du possible en trouvant $\hat{a}$

Intuitivement, $S(a) = \frac{\overline{Y}_1 - \overline{Y}_2}{S_Y}$ mesure la différence entre les moyennes transformées $\overline{Y}_1 - \overline{Y}_2$ par rapport à l'échantillon écart-type S_Y . Si les observations transformées $Y_1, Y_2, \ldots, Y_{n_1}$ et $Y_{n_1+1}, Y_{n_1+2}, \ldots, Y_{n_1+n_2}$ sont complètement séparés,

$|\overline{Y}_1 - \overline{Y}_2|$ devrait être grand comme la variation aléatoire des données transformées reflétées par S_Y on le considère également [2].

Résultat important :

Le vecteur $\hat{a}$ qui maximise la séparation $|S(a)| = \left|\frac{\overline{Y}_1 - \overline{Y}_2}{S_Y}\right|$ est de la forme de

$$\boxed{S^{-1}\left(\overline{X}_1 - \overline{X}_2\right)}$$

où

$$S = \frac{(n_1 - 1)S_1 + (n_2 - 1)S_2}{n_1 + n_2 - 2}, S_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} \left(X_i - \overline{X}_1\right)\left(X_i - \overline{X}_1\right)^t}{n_1 - 1},$$

$$S_2 = \frac{\sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} \left(X_i - \overline{X}_2\right)\left(X_i - \overline{X}_2\right)^t}{n_2 - 1},$$

Et où les

$$\overline{X}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} X_i}{n_1} \text{ et } \overline{X}_2 = \frac{\sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} X_i}{n_2}.$$

Justification

$$\overline{Y}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} Y_i}{n_1} = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} a^t X_i}{n_1} = a^t \left(\frac{\sum_{i=1}^{n_1} X_i}{n_1} \right) = a^t \overline{X}_1.$$

De même, $\overline{Y}_2 = a^t \overline{X}_2$.

En outre,

$$\sum_{i=1}^{n_1} (Y_i - \overline{Y}_1)^2 = \sum_{i=1}^{n_1} \left(a^t X_i - a^t \overline{X}_1\right)^2 = \sum_{i=1}^{n_1} \left(a^t X_i - a^t \overline{X}_1\right)\left(a^t X_i - a^t \overline{X}_1\right)^t$$
$$= \sum_{i=1}^{n_1} a^t \left(X_i - \overline{X}_1\right)\left(X_i - \overline{X}_1\right)^t a = a^t \left[\sum_{i=1}^{n_1} \left(X_i - \overline{X}_1\right)\left(X_i - \overline{X}_1\right)^t \right] a.$$

De même,

$$\sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} \left(Y_i - \overline{Y}_2\right)^2 = a^t \left[\sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} \left(X_i - \overline{X}_2\right)\left(X_i - \overline{X}_2\right)^t \right] a$$

Ainsi,

$$S_Y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} \left(Y_i - \overline{Y}_1\right)^2 + \sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} \left(Y_i - \overline{Y}_2\right)^2}{n_1 + n_2 - 2}$$
$$= \frac{a^t \left[\sum_{i=1}^{n_1} \left(X_i - \overline{X}_1\right)\left(X_i - \overline{X}_1\right)^t \right] a + a^t \left[\sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} \left(X_i - \overline{X}_2\right)\left(X_i - \overline{X}_2\right)^t \right] a}{n_1 + n_2 - 2}$$
$$= a^t \left[\frac{\sum_{i=1}^{n_1} \left(X_i - \overline{X}_1\right)\left(X_i - \overline{X}_1\right)^t + \sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} \left(X_i - \overline{X}_2\right)\left(X_i - \overline{X}_2\right)^t}{n_1 + n_2 - 2} \right] a$$
$$= a^t \left[\frac{\left(n_1 - 1\right) S_1 + \left(n_2 - 1\right) S_2}{n_1 + n_2 - 2} \right] a = a^t S a$$

Ainsi,

$$\boxed{S(a)=\frac{\overline{Y}_1-\overline{Y}_2}{S_Y}=\frac{a^t\left(\overline{X}_1-\overline{X}_2\right)}{\sqrt{a^t S_{pooled}a}}}$$

On peut trouver $\hat{a}$ en résolvant l'équation basée sur la première dérivée de $S(a)$,

$$\frac{\partial S(a)}{\partial a}=\frac{\left(\overline{X}_1-\overline{X}_2\right)}{\sqrt{a^tSa}}-\frac{1}{2}a^t\left(\overline{X}_1-\overline{X}_2\right)\frac{2S_{pooled}a}{\left(a^tSa\right)^{3/2}}=0$$

Une autre simplification donne

$$\overline{X}_1-\overline{X}_2=\left[\frac{a^t\left(\overline{X}_1-\overline{X}_2\right)}{a^tSa}\right]Sa.$$

En Multipliant par l'inverse de la matrice S sur les deux côtés donne

$$S^{-1}\left(\overline{X}_1-\overline{X}_2\right)=\left[\frac{a^t\left(\overline{X}_1-\overline{X}_2\right)}{a^tSa}\right]a,$$

Puisque $\dfrac{a^t(\overline{X}_1-\overline{X}_2)}{a^tSa}$ est un nombre réel,

$$\hat{a}=cS_{pooled}^{-1}\left(\overline{X}_1-\overline{X}_2\right)$$

Où ***c*** est une constante.

2.1.2 CLASSIFICATION

Supposons que nous ayons une observation X_0. Ensuite, selon la fonction discriminante $l(X)=\hat{a}^tX$ Nous obtenons, nous pouvons attribuer cette observation à une classe [3].

Résultat

Allouer X_0 à la *population 1 si*

$$\hat{Y}_0=\hat{a}^tX_0=\left(\overline{X}_1-\overline{X}_2\right)^tS^{-1}X_0\geq\frac{1}{2}\hat{a}^t(\overline{X}_1+\overline{X}_2)=\frac{1}{2}(\overline{Y}_1+\overline{Y}_2)$$
$$=\frac{1}{2}\left(\overline{X}_1-\overline{X}_2\right)^tS^{-1}\left(\overline{X}_1+\overline{X}_2\right).$$

Sinon, si

$\hat{Y}_0=(\overline{X}_1-\overline{X}_2)^tS^{-1}X_0<\frac{1}{2}\left(\overline{X}_1-\overline{X}_2\right)^tS^{-1}\left(\overline{X}_1+\overline{X}_2\right)$, *puis allouer* X_0 à la *population 2.*

Si $\hat{Y}_0$ est sur le côté droit de $\dfrac{\overline{Y}_1 + \overline{Y}_2}{2}$ *(pour se rapproché de* $\overline{Y}_1$ *), puis allouer* X_0 *à la population 1 et vice versa.*

2.2 Cas de plusieurs populations

2.2.1 Séparation

Supposons qu'il y a *k* populations,

$X_1, X_2, \ldots, X_{n_1}$: population 1, $X_{n_1+1}, X_{n_1+2}, \ldots, X_{n_1+n_2}$: population 2

…

$X_{n_1+\ldots+n_{k-1}+1}, \ldots, X_{n_T}$: population k,

où $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n_T$.

On suppose $\overline{X}_j$ la moyenne de l'échantillon pour la population j, $j = 1, \ldots, k$, et . $\overline{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n_T} X_i}{n_T}$

L'échantillon entre la matrice

$$B = \sum_{j=1}^{k} n_j (\overline{X}_j - \overline{X})(\overline{X}_j - \overline{X})^t$$

L'échantillon au sein de la matrice de groupe *W* est

$$W = \sum_{i=1}^{n_1} \left(X_i - \overline{X}_1\right)\left(X_i - \overline{X}_1\right)^t + \sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} \left(X_i - \overline{X}_2\right)\left(X_i - \overline{X}_2\right)^t + \cdots + \sum_{i=n_1+\cdots n_{k-1}+1}^{n_T} \left(X_i - \overline{X}_k\right)\left(X_i - \overline{X}_k\right)^t .$$

Remarque:

$$S = \frac{W}{n_T - k} = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} \left(X_i - \overline{X}_1\right)\left(X_i - \overline{X}_1\right)^t + \cdots + \sum_{i=n_1+\ldots+n_{k-1}+1}^{n_T} \left(X_i - \overline{X}_k\right)\left(X_i - \overline{X}_k\right)^t}{n_T - k}$$

$\equiv$ l'estimation combinée basée sur $X_1, X_2, \ldots, X_{n_T}$.

$$\frac{a^t W a}{n_T - k} = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} \left(Y_i - \overline{Y}_1\right)^2 + \sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} \left(Y_i - \overline{Y}_2\right)^2 + \ldots + \sum_{i=n_1+\ldots+n_{k-1}+1}^{n_T} \left(Y_i - \overline{Y}_k\right)^2}{n_T - k}$$

$\equiv$l'estimation combinée basée sur $Y_1, Y_2, \ldots, Y_{n_T}$.

Nous introduisons maintenant la méthode discriminante linéaire de Fisher pour plusieurs populations.

La méthode discriminante de Fisher pour plusieurs populations est comme suit:

Trouver le vecteur $\hat{a}_1$ qui maximise la fonction de séparation

$$S(a)=\frac{a^tBa}{a^tWa}=\frac{\sum_{j=1}^{k}n_j\left(\overline{Y}_j-\overline{Y}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n_1}\left(Y_i-\overline{Y}_1\right)^2+\sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2}\left(Y_i-\overline{Y}_2\right)^2+\cdots+\sum_{i=n_1+\cdots+n_{k-1}+1}^{n_T}\left(Y_i-\overline{Y}_k\right)^2}$$

Sous condition $\hat{a}_1^tS\hat{a}_1=1$. La combinaison linéaire $\hat{a}_1^tX$ s'appelle le discriminant du premier échantillon.

Trouver le vecteur $\hat{a}_2$ qui maximise la fonction de séparation $S(a)$ sous réserve de $\hat{a}_2^tS\hat{a}_2=1$ et $\hat{a}_2^tS\hat{a}_1=0$.

Trouver le vecteur $\hat{a}_s$ qui maximise la fonction de séparation $S(a)$ sous réserve de

$\hat{a}_s^tS\hat{a}_s=1$ *et* $\hat{a}_s^tS\hat{a}_l=0, l<s.$

$\hat{a}_j^tS\ \hat{a}_j$ *est l'estimation de* $Var(\hat{a}_j^tX),\ j=1,\ldots,s.$

$\hat{a}_j^tS\ \hat{a}_l,\ j\neq l.$ *est l'estimation de* $Cov(\hat{a}_j^tX,\hat{a}_l^tX),\ j\neq l.$

La condition $\hat{a}_j^tS\hat{a}_l=0$ *est similaire à la condition donnée dans l'analyse en composantes principales.*

Intuitivement, $S(a)$ mesure la différence parmi les moyens transformés reflétées par $\sum_{j=1}^{k}n_j\left(\overline{Y}_j-\overline{Y}\right)^2$ par rapport à la variation aléatoire des données transformées reflétée par $\sum_{i=1}^{n_1}\left(Y_i-\overline{Y}_1\right)^2+\sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2}\left(Y_i-\overline{Y}_2\right)^2+\cdots+\sum_{i=n_1+\ldots+n_{k-1}+1}^{n_T}\left(Y_i-\overline{Y}_k\right)^2$. Comme les observations transformées

$$Y_1,Y_2,\ldots,Y_{n_1}\,(population\cdot 1),Y_{n_1+1},Y_{n_1+2},\ldots,Y_{n_1+n_2}\,(population\cdot 2),\ldots,Y_{n_1+\ldots+n_{k-1}+1},\ldots,$$
$$Y_{n_T}\,(population\cdot k)$$

Sont séparés, $\sum_{j=1}^{k}n_j\left(\overline{Y}_j-\overline{Y}\right)^2$ doit être important, même si la variation aléatoire des données transformées est prise en compte.

Résultat A:

On suppose $e_1,e_2,\ldots,e_s$ être le vecteur orthonormé de $W^{-1/2}BW^{-1/2}$ correspondant aux valeurs propres $\lambda_1\geq\lambda_2\geq\cdots\geq\lambda_s>0$. Puis, $\hat{a}_j=S^{-1/2}e_j,\ j=1,\ldots,s,$ où $S^{-1/2}S^{-1/2}=S^{-1}$

Résultat B :

On suppose $e_1,e_2,\ldots,e_s$ être les vecteurs propres de $W^{-1}B$ correspondant aux valeurs propres $\lambda_1\geq\lambda_2\geq\cdots\geq\lambda_s>0$. Puis, $\hat{a}_j,\ j=1,\ldots,s,$ les vecteurs propres à l'échelle satisfait la condition $\hat{a}_j^{\,t}S\hat{a}_j=1$ [4].

$$\hat{a}_j=\frac{e_j}{\sqrt{e_j^tS_{pooled}\ e_j}}$$

2.2.2 CLASSIFICATION

Méthode de classification de Fisher pour plusieurs populations est comme suit :

Pour une observation X_0 *Procédure de classement de Fisher basé sur le premier* $r \leq s$ *les discriminants est d'allouer* X_0 *à la population l si*

$$\sum_{j=1}^{r}\left(\hat{Y}_j - \overline{Y}_l^{\,j}\right)^2 = \sum_{j=1}^{r}\left[\hat{a}_j^t\left(X_0 - \overline{X}_l\right)\right]^2 \leq \sum_{j=1}^{r}\left[\hat{a}_j^t\left(X_0 - \overline{X}_i\right)\right]^2 = \sum_{j=1}^{r}\left(\hat{Y}_j - \overline{Y}_i^{\,j}\right)^2,$$

Tel que $\hat{Y}_j = \hat{a}_j^t X_0, \overline{Y}_i^{\,j} = \hat{a}_j^t \overline{X}_i, j = 1,\ldots,r; i = 1,\ldots k$

$\sum_{j=1}^{r}\left(\hat{Y}_j - \overline{Y}_1^{\,j}\right)^2$:la distance carrée « totale » entre les transformées X_0 $\hat{Y}_1,\ldots,\hat{Y}_r$ et la moyenne transformée de la population 1 ($\overline{Y}_1^1,\ldots,\overline{Y}_1^r$).

$\sum_{j=1}^{r}\left(\hat{Y}_j - \overline{Y}_2^{\,j}\right)^2$:la distance carrée « totale » entre les transformées X_0 ($\hat{Y}_1,\ldots,\hat{Y}_r$) et la moyenne transformée de la population 2 ($\overline{Y}_2^1,\ldots,\overline{Y}_2^r$).

$\vdots$

$\sum_{j=1}^{r}\left(\hat{Y}_j - \overline{Y}_k^{\,j}\right)^2$:La distance carrée « totale » entre les transformées ($\hat{Y}_1,\ldots,\hat{Y}_r$) X_0 et la transformée moyenne de la population *k* ($\overline{Y}_k^1,\ldots,\overline{Y}_k^r$).

$\Rightarrow \sum_{j=1}^{r}\left(\hat{Y}_j - \overline{Y}_l^{\,j}\right)^2 \leq \sum_{j=1}^{r}\left(\hat{Y}_j - \overline{Y}_i\right)^2, i \neq l,$ *implique la distance totale entre les transformée* X_0 *et la moyenne transformée de la population l est plus petite que celle entre celle entre les transformées* X_0 *et la moyenne transformée des autres populations. Dans un certain sens,* X_0 *est « près » de la population l que des autres populations. Par conséquent,* X_0 *est allouée à la population l* [5].

3 LA BASE DE DONNEES ET RESULTATS

Nous disposons des données extraites du département Marketing d'une société industrielle d'équipements relatifs à des 12 partenaires, dont on teste des informations relatifs au volume de transferts de fonds et du nombre de transactions. Les résultats de cette étude se présentent comme suit :

Tableau 1. Statistiques de groupe

product		Moyenne	Ecart-type	N valide (liste)	
				Non pondérées	Pondérées
No	X1	245,00	135,904	6	6,000
	X2	3258,33	1232,241	6	6,000
Yes	X1	405,00	136,821	6	6,000
	X2	5816,67	1254,459	6	6,000
Total	X1	325,00	154,552	12	12,000
	X2	4537,50	1786,200	12	12,000

Test d'égalité des variances covariances

Le M de Box comme le montre le tableau suivant est clairement non significatif puisque la probabilité associée est égale à l'unité signifie que l'hypothèse de l'égalité des matrices variances covariances est confirmée.

Tableau 2. Résultats du test M de Box

M de Box		,016
F	Approximativement	,004
	ddl1	3
	ddl2	18000,000
	Signification	1,000

Teste l'hypothèse nulle d'égalité de matrices de covariance des populations.

Le tableau des valeurs propres suivant montre que Le λ_1 est égale à 1. Le pourcentage de la variance est égale à 100 % , ce qui signifie que 100 % du pouvoir discriminant des deux variables explicatives est attribuable à la fonction discriminante, ce qui est normale puis qu'il n'existe qu'une seule variable. Le coefficient de corrélation canonique est de 0.766, cette forte corrélation montre bien l'utilité de la fonction discriminante.

Tableau 3. Tableaux des valeurs propres

Fonction	Valeur propre	% de la variance	% cumulé	Corrélation canonique
1	1,418[a]	100,0	100,0	,766

a. Les 1 premières fonctions discriminantes canoniques ont été utilisées pour l'analyse.

La fonction discriminante canonique non standardisée se présente comme suit :

Y= -0.004X1+0.001X2-3.699

Tableau 4. ***Coefficients des fonctions discriminantes canoniques***

	Fonction
	1
X1	-,004
X2	,001
(Constante)	-3,689

Coefficients non standardisés

La fonction discriminante canonique standardisée se présente comme suit :

Y= -0.519X1+ 1.353X2

Tableau 5. ***Coefficients des fonctions discriminantes canoniques standardisées***

	Fonction
	1
X1	-,519
X2	1,353

C'est X2 qui sépare le mieux les deux groupes. Cette conclusion est le résultat de l'examen soit des coefficients standardisés ou non standardisés, soit la matrice des coefficients de structure, corrélation très forte pour la variable X2 soit 0.946.

Tableau 6. ***La matrice de structure***

	Fonction
	1
X2	,946
X1	,540

Les corrélations intra-groupes combinés entre variables discriminantes et les variables des fonctions discriminantes canoniques standardisées sont ordonnées par tailles absolues des corrélations à l'intérieur de la fonction.

Le tableau de lambda de Wilks suivant montre que la fonction discriminante est significative à un niveau de 5% ; la valeur de Khi-deux est de 7,947 avec un degré de liberté égale à 2. La fonction discriminante reste utile à l'explication des différences observées entre les groupes puisque la probabilité associée est inférieure au seuil de 5%.

Tableau 7. Tableau de Lambda de Wilks

Test de la ou des fonctions	Lambda de Wilks	Khi-deux	ddl	Signification
1	,414	7,947	2	,019

On utilisant la fonction discriminante canonique standardisé Y, on peut obtenir les scores des 12 clients, ainsi que les coordonnées des *centroïdes* ou le score moyen pour chaque groupe.

Tableau 8. Tableau des scores

clients		Scores discriminants Fonction 1
Original	1	,375
	2	,677
	3	-,299
	4	2,228
	5	1,360
	6	2,181
	7	,403
	8	-1,904
	9	-,707
	10	-1,034
	11	-2,410
	12	-,870

D'après les fonctions aux barycentres des groupes suivantes, le score moyen des groupes des acheteurs est de 1,087 alors que celui des non acheteurs est de -1,087. La frontière d'affectation Df est égale à la moyenne des scores moyens pondérés par la taille des groupes

$$Df = \frac{6(-1,087) + 6(1,087)}{12} = 0$$

Chaque client de score positif sera classé parmi les acheteurs, et tout client de score négatif sera classé parmi les non acheteurs.

Tableau 9. Fonctions aux barycentres des groupes

product	Fonction 1
0	-1,087
1	1,087

Tableau 10. Probabilités à priori des groupes

product	A priori	Observations utilisées dans l'analyse	
		Non pondérées	Pondérées
0	,500	6	6,000
1	,500	6	6,000
Total	1,000	12	12,000

Comme le montre le tableau suivant, il parvient à classifier correctement 83,3% d'entre eux.

Tableau 11. Résultats du classement

		product	Classe(s) d'affectation prévue(s)		Total
			0	1	
Original	Effectif	0	5	1	6
		1	1	5	6
	%	0	83,3	16,7	100,0
		1	16,7	83,3	100,0

a. 83,3% des observations originales classées correctement.

D'après le diagnostic des observations qui figurent dans le tableau suivant, les clients 3 et 7 sont incorrectement classifiés. Si la classification se faisait aléatoirement, on s'attendait à obtenir seulement 50 % de bonnes classifications.

On utilise le test Q pour teste l'hypothèse H0 : le nombre de clients bien classés est due au hasard et non à la fonction discriminante. Cette statistique se calcule comme suit :

$$Q = \frac{(n - nc, p)^2}{n(p-1)} = \frac{(12 - 10 * 2)^2}{12(2-1)} = 5,33$$

n : nombre d'individus.

nc : nombre d'individus bien classés.

P : nombre de groupes.

On rejette l'hypothèse Ho puisque la valeur de la statistique Q est supérieure à la valeur théorique de Khi deux au seuil de signification de 5% avec 1 degré de liberté qui est égale à 3,84, la fonction discriminante permet donc une bonne qualité de classement

Tableau 12. Diagnostic des observations

	Nombre d'observations	Groupe effectif	Groupe prévu	Scores discriminants Fonction 1
Original	1	1	1	,375
	2	1	1	,677
	3	1	0**	-,299
	4	1	1	2,228
	5	1	1	1,360
	6	1	1	2,181
	7	0	1**	,403
	8	0	0	-1,904
	9	0	0	-,707
	10	0	0	-1,034
	11	0	0	-2,410
	12	0	0	-,870

4 CONCLUSION

L'analyse discriminante, à ne pas confondre avec la classification automatique, traite des données déjà classées en différents groupes, et vise à produire une *fonction discriminante* permettant d'affecter une nouvelle observation à l'un de ces groupes. C'est une méthode *décisionnelle*, et non seulement descriptive, telles l'analyse en composantes principales ou l'analyse factorielle des correspondances.

REFERENCES

[1] K. Srivastava and K. Kaur, "Stability of Impulsive Differential Equation with any Time Delay," *International Journal of Innovation and Scientific Research*, vol. 2, no. 3, pp. 280–286, 2013.
[2] J.M Romeder, "Méthodes et programmes d'analyse discriminante", Paris, éd. Dunod.1973.
[3] M.Bardos, "Analyse discriminante, application au risque et scoring financier", ed. Dunod, 2001.
[4] M. M. Tatsuoka, "Multivariate analysis", Wiley, 1st edition, 1988.
[5] P.A. Lachenbruch, "Discriminant Analysis", First Edition, Hafner Press, New York.