

Quelques techniques de séparation des composantes déterministes et aléatoires

[Some techniques for separating discrete and random components]

Donald Romarick Rotimbo Mbourou¹, Gaston N'Tchayi Mbourou¹, Paul Makanga Koumba², and Marius Béka Be Nguéma¹

¹Ecole Polytechnique de Masuku, Université des Sciences et Techniques de Masuku, Franceville, Haut-Ogooué, Gabon

²Ecole Normale Supérieure de l'Enseignement Technique, Libreville, Estuaire, Gabon

Copyright © 2023 ISSR Journals. This is an open access article distributed under the **Creative Commons Attribution License**, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

ABSTRACT: In many fields, different elements (mechanical, electronic, electromechanical, etc.) come into play independently to ensure the overall operation of devices/machines: electrical cables, gears, bearings, pulleys, etc. In maintenance operations, the signals from these different elements in operation are often a mixture of multiple contributions, the level of complexity of which may vary, for example, depending on the measurement point, during the data acquisition stage. There may be a number of reasons for wanting to access only the signal from a particular component (e.g., to monitor service life, diagnose the faulty part and/or predict the time remaining before a serious breakdown), rather than all the contributions measured. It is therefore essential to have a range of tools to enable us to remove harmful signals (sometimes called noise). This article presents some techniques for separating discrete and random components.

KEYWORDS: Monitoring, diagnosis, prognosis, discrete and random components, noise, speed fluctuation, resampling.

RESUME: Dans de nombreux domaines, différents éléments (mécaniques, électroniques, électromécaniques,...) entrent en action de façon indépendante pour assurer le fonctionnement global des appareils/machines: câbles électriques, engrenages, roulements, poulies... Dans le cadre des opérations de maintenance, les signaux provenant de ces différents éléments en fonctionnement sont souvent un mélange de multiples contributions dont le taux de complexité peut par exemple varier suivant le point de mesure, lors de l'étape d'acquisition de données. Plusieurs raisons peuvent nous pousser à vouloir accéder uniquement au signal d'un élément précis (surveillance de la durée de vie, diagnostic de la partie défaillante et/ou pronostic du temps résiduel avant une grave panne) plutôt qu'à l'ensemble des contributions mesurées. Il est donc indispensable de posséder une panoplie d'outils qui vont nous permettre de supprimer les signaux nuisibles (parfois appelé bruit). Cet article présente quelques techniques de séparation des composantes discrètes et aléatoires.

MOTS-CLEFS: Surveillance, diagnostic, pronostic, composantes discrètes et aléatoires, bruit, fluctuation de vitesse, re-échantillonnage.

1 INTRODUCTION

Dans les systèmes mécaniques, électroniques, électromécaniques..., certains éléments comme les engrenages, roulements et/ou courroies, jouent un rôle crucial dans le fonctionnement (par exemple dans la transmission de puissance). C'est pourquoi en cas de panne, ce sont ces éléments critiques qui sont en priorité suspectés. Une bibliographie prolifique existe sur le sujet, faisant état d'un ensemble de techniques de surveillance et de diagnostic de l'état de santé de ces éléments. Les spécialistes du Traitement du signal ont ainsi appliqué quelques méthodes de pré-traitement robuste des signaux vibratoires d'engrenages endommagés [1], [2], [3]. Dans le cas des roulements, ces méthodes de traitement ont permis de repérer et

réaliser le diagnostic de défauts localisés [4]. De plus, ils ont apporté une contribution non négligeable quand il s'agissait d'améliorer leur visibilité et leur suivi, sur le long terme [5]. Certaines techniques ont quant à elles été très utiles pour distinguer les défauts touchant la tension ou même la charge imposée à un système de transmission par courroie [6], [7], [8]. Le constat général indique que la procédure d'extraction de l'information pertinente (ou de suppression des informations inutiles) donne des résultats intéressants lorsqu'elle est appliquée sur une forme adaptée du signal et dans le domaine d'analyse approprié. Les chercheurs expérimentés ont alors conseillé d'étudier les défauts, en se servant d'une part du signal d'enveloppe [9], [10], et d'autre part en l'étudiant dans des domaines d'analyse tels que le spectre d'enveloppe [11], [12] ou l'analyse cyclostationnaire [13], [14], [15], [16].

D'après la théorie du Traitement du signal [17], les signaux rencontrés dans plusieurs domaines possèdent une partie dite « déterministe » ou aussi « périodique » (**disc**) ainsi qu'une seconde appelée « aléatoire » (**rand**). Dans le domaine vibratoire, les signaux proviennent généralement des machines tournantes réelles et des chercheurs ont montré que ces derniers faisaient partie d'une catégorie appelée signaux cyclostationnaires [19], [20]. Les composantes discrètes sont considérées comme cyclostationnaires (**CS1**) à l'ordre 1 et les composantes aléatoires comme cyclostationnaires à l'ordre 2 (**CS2**). Les défauts affectant les engrenages sont davantage détectables dans la **CS1**, ceux qui touchent les roulements sont caractérisables dans la **CS2**, quant aux défauts dans les systèmes de transmissions par courroie, leur nature peut être **CS1** ou **CS2** [7], suivant le paramètre considéré (tension de courroie, charge des poulies, vitesse des poulies... La **CS1** est la conséquence de vibrations engendrées par des phénomènes d'excentricité, de flexion, de désalignements ou même d'asymétrie: ce sont principalement des phénomènes relatifs aux imperfections géométriques. La **CS2**, quant à elle, provient des mécanismes liés notamment aux réponses impulsionnelles cycliques, lorsque les forces de frottement, de combustion, de perturbations, d'usure, etc... se manifestent [14]. Surveiller, diagnostiquer et/ou pronostiquer les défaillances touchant les systèmes mécaniques, électroniques, électromécaniques..., sont des opérations pouvant être grandement facilitées et même améliorées, en exploitant séparément la **CS1** ou la **CS2**. Dans la suite, nous présentons tout d'abord un état de l'art sur l'évolution des techniques de séparations des composantes **CS1** et **CS2**, avant de décrire celles qui ont fait leur preuve, au cours des dix dernières années.

2 ETAT DE L'ART DES TECHNIQUES D'EXTRACTION DES COMPOSANTES DES SIGNAUX VIBRATOIRES

La **Moyenne Synchrones Temporelle (TSA - Time Synchronous Average)** est l'une des techniques les plus anciennes. Les auteurs Braun [21] et McFadden [22] l'ont exploitée pour extraire la partie déterministe cachée dans un signal original bruité. Le calcul de la **TSA** requiert habituellement d'effectuer un re-échantillonnage angulaire préalable, selon chaque famille d'harmoniques à extraire. Le re-échantillonnage angulaire est une opération qui a pour but principal de réduire les fluctuations de vitesse, dans les conditions de fonctionnement dites stationnaires. Malheureusement, l'analyse synchrone ne permet pas d'éliminer les bandes latérales de modulations (en fréquence ou amplitude). McFadden et al. [23] ont également démontré que la moyenne synchrone calculée dans le domaine fréquentiel (Moyenne Synchrones Fréquentielle, dite aussi **FSA** ou **Frequency Synchronous Average**) avait des avantages indéniables comparée à l'approche temporelle. Son temps de calcul est réduit, sa robustesse persiste même sur un signal de courte durée mais l'opération de re-échantillonnage angulaire en amont reste fortement recommandée. Associées à d'autres techniques telles que l'analyse en ondelettes, la **FSA** a permis d'améliorer la qualité d'un signal de sorte à déterminer l'état de santé des roulement d'un ventilateur de refroidissement [24].

Stander et Heynes [25], dans leurs travaux préliminaires, ont proposé une moyenne effectuée dans le domaine de la phase. Coats et al. [26] ont prolongé cette idée avec une variante simplifiée appelée la **Moyenne Synchrones Améliorée (ISA - Improved Synchronous Average)**. Pour appliquer l'**ISA**, le signal brut a tout d'abord été re-échantillonné grâce aux données provenant d'un signal tachymétrique virtuel, sur lequel la phase a été corrigée et extraite par la technique de démodulation de Hilbert. La méthode a donné des résultats très peu concluants, dès lors qu'il existait des variations de vitesse même minimes. Cette technique ne permet pas d'extraire les bandes latérales de modulations présentes dans le signal. Elle a été utilisée pour séparer les composantes déterministes et aléatoires [27]. De plus, elle a montré qu'il était possible de trouver une bande de démodulation optimale, en cas d'application de la technique d'analyse d'enveloppe.

La **SANC (Self-Adaptive Noise Cancellation)**, aussi appelée **l'Annulation du Bruit Auto-Adaptatif**, est une approche qui a pour intérêt d'extraire les composantes déterministes ou aléatoires [28]. Dans cette approche, nous considérons qu'un signal est en réalité la combinaison de deux composantes principales. Chaque composante a la possibilité d'être extraite en se servant d'un filtre adapté (dépendant des différentes longueurs de corrélation choisie). La fonction de transfert linéaire du système (relation de cohérence), entre les signaux d'entrée (signal dit primaire) et de sortie (signal dit de référence), est recherchée par le filtre, dans le domaine temporel. Nous considérons le signal d'entrée comme une version décalée du signal de sortie. Appliquée sur un signal vibratoire, la **SANC** a ainsi démontré son efficacité dans l'extraction des composantes pertinentes, autant pour les roulements [29] que les engrenages [20]. Bien que très efficace, la **SANC** a toujours souffert de sa complexité

car il est indispensable de bien régler ses nombreux paramètres pour atteindre le résultat approprié. D'autre part, la méthode devrait être appliquée à partir d'un ordinateur/serveur ayant d'excellentes performances techniques, sinon le temps de calcul devient trop important. Une version allégée a heureusement été définie par les auteurs Antoni et Randall [30], appelée la **DRS (Discret/Random Separation)**. La **Séparation Déterministe/Aléatoire** a globalement le même principe que la **SANC**, mais elle est plus stable et nettement plus rapide car la recherche du filtre se fait dans le domaine fréquentiel. La **DRS**, tout comme la **SANC** d'ailleurs, requiert le re-échantillonnage angulaire des signaux et des conditions de fonctionnement faiblement affectées par les variations de vitesse [15], [31], [32].

La prédiction linéaire est une autre technique qui est utilisée pour séparer les composantes discrets/aléatoires. Il s'agit principalement ici de modéliser le signal déterministe. Les données du signal a posteriori (prédiction des échantillons à venir) sont obtenues grâce à un certain nombre d'échantillons du passé immédiat du signal a priori. La méthode Yule-Walker est exploitée par un simple **modèle Auto-Regrésif (AR - AutoRegressive)**, qui sert à présenter de façon uniforme le contenu des basses et hautes fréquences. Les filtres prédis par le modèle permettent d'extraire les composantes différentes contenues dans le signal original. Le **Critère d'Information Akaike (aic - Akaike Information Criterion)** est utilisé pour trouver les différents filtres les plus informatifs [33]. Le filtrage par modèle **AR** aura tendance à altérer l'information utile présente dans la phase, puisqu'elle est basée sur le calcul de la fonction d'autocorrélation. Dans leurs travaux en Analyse vibratoire, les auteurs Sawalhi et al. [31] ont constaté que la valeur maximale du kurtosis du signal, obtenu après l'opération de filtrage, était un bon indicateur que l'ordre optimum du filtre de prédiction **AR** était atteint. D'autres travaux ont semblé plutôt indiquer que le kurtosis n'était pas adéquat car trop sensible à l'impulsivité du signal. La modélisation du signal déterministe pourrait bien être faussée par la présence de certains défauts (cas d'impulsions aléatoires) dans le signal original. Cette technique est également limitée par le temps de calcul qui a tendance à s'accroître avec la longueur du signal original à traiter. En effet, il est recommandé d'augmenter l'ordre du filtre de prédiction quand le signal est plus long d'augmenter et ceci tend à d'ailleurs rajouter davantage d'erreurs de prédiction. Les résultats de certains auteurs, dans le cas des défauts localisés au niveau des engrenages [34], ont montré qu'il valait mieux ôter tout d'abord la **TSA** avant de tenter de réaliser la prédiction avec le modèle **AR**. Alors que le **modèle AR** permet d'estimer la partie déterministe, atteindre la partie aléatoire revient généralement à soustraire au signal original la partie déterministe préalablement prédite.

La **Déconvolution par Minimum d'Entropie Auto-Régressive (ARMED - AutoRegressive Minimum Entropy Deconvolution)** est une technique de séparation de composantes qui permet tout d'abord de masquer l'effet de la fonction de transfert, en vue dans un second temps d'améliorer l'impulsivité du signal brut. L'**ARMED** exploite la **MED (Minimum Entropy Deconvolution - Déconvolution par Minimum d'Entropie)**, méthode d'identification de système initialement proposé par Wiggins [35]. Dans le domaine sismique, c'est un outil puissant a notamment servi à extraire l'information de réflectivité dans des signaux sismiques, afin de mieux caractériser et situer les couches des minéraux souterrains. Le principe de cette technique est d'estimer un filtre inverse qui limite l'effet de la fonction de transfert du système. Nous considérons que l'excitation initiale est impulsive et par conséquent la valeur de son kurtosis sera élevée. Sachant que l'entropie diminue avec l'ordre (respectivement augmente le désordre) et qu'un signal impulsif est plutôt ordonné, nous supposons donc que qu'une excitation initiale donnera une faible valeur de l'entropie. En d'autres termes, rechercher à minimiser l'entropie aboutit à maximiser la structure du signal de sortie (obtenu par filtre inverse). Diverses productions scientifiques, au sujet de la technique **ARMED** (association de la prédiction linéaire **AR** et de la Déconvolution par Minimum d'Entropie **MED**), ont été publiées par Sawalhi et Randall, pour le diagnostic des défauts d'engrenages [36] ou de roulements [31], [37].

L'auteur Randall a été parmi les précurseurs [13], [38], [39] dans l'usage du cepstre pour séparer les différentes familles de d'harmoniques (la fréquence fondamentale et ses harmoniques), liées aux composantes déterministes d'un signal vibratoire (pour les engrenages et les roulements). En co-auteurs avec Sawalhi [32], [40] ou même Coats [32], Randall a proposé une méthodologie bien détaillée appelée la **Procédure d'Édition du Cepstre (CEP - Cepstral Editing Procedure)**. La **CEP** vise à supprimer depuis le cepstre réel du signal brut les familles d'harmoniques et leurs bandes latérales de modulations. Elle est adaptée aux signaux vibratoires dans lesquels le spectre est d'au moins constitué d'une famille d'harmoniques. En effet, une famille d'harmoniques caractérisée dans le domaine spectral présentera habituellement dans le domaine cepstral une famille de rhamoniques. Pour éliminer une famille d'harmoniques bien déterminée (généralement représentative d'une composante déterministe particulière contenu dans notre signal brut), il suffit de trouver la position de ses rhamoniques équivalentes dans le cepstre réel et de remplacer leurs valeurs par zéro : c'est l'opération de liffrage. S'il existe de la dispersion autour de la famille d'harmoniques dans le spectre, celle-ci se retrouvera également autour de la famille de rhamoniques dans le cepstre réel. C'est pourquoi le re-échantillonnage angulaire du signal brut est fortement recommandé, avant toute application du liffrage, dans des conditions de variations de vitesse importantes (non nécessaires si elles sont faibles ou moyennes). Cependant, au lieu de re-échantillonner le signal brut suivant chaque famille d'harmoniques à traiter, un re-échantillonnage unique par rapport à la fréquence fondamentale la plus élevée présente dans le signal, s'avère suffisant. La véritable faiblesse de la **CEP** réside dans l'estimation suffisamment précise de la fréquence fondamentale et de ses harmoniques. Le signal résiduel obtenu après

application de la CEP est exploitable notamment dans l'analyse d'enveloppe, sa longueur sera toujours plus petite que celle du signal original à cause du lissage (la taille du gabarit du filtre varie suivant chaque famille d'harmoniques).

La **CPW**, qui est d'une certaine manière une version améliorée de la **CEP**, est une méthode de **Blanchiment Cepstral (Cepstral Pre-Whitening)**. Nous ne cherchons plus à supprimer de façon itérative chaque fréquence fondamentale d'intérêt et sa famille d'harmoniques associées dans le spectre (respectivement sa famille de rhamoniques associées dans le cepstre réel). Une procédure en aveugle permet la suppression de toutes ces fréquences fondamentales et harmoniques en une seule opération. La **CPW** est plus efficace lorsque les conditions de variations de vitesse sont faibles ou moyennes. Le signal résiduel obtenu après **CPW** est dit aléatoire mais les effets de la fonction de transfert (informations dynamiques) y sont complètement perdues. Le bruit sera plus important si nous souhaitons effectuer une étude en basse fréquence du signal via une analyse d'enveloppe. Le signal résiduel est très souvent inexploitable dans le domaine temporel car il aura perdu sa valeur absolue. Il sera préférable de se concentrer principalement sur son spectre ou son cepstre. Borghesani et al [41] ont utilisé la **CPW** pour déterminer la qualité de séparation, de divers roulements endommagés dans des conditions de vitesses variables (état stable et en présence de transitoires). LA **CPW** a été comparée à deux autres méthodes de séparation de composants (**ISA** et **GSA - Generalised Synchronous Average**), dans des conditions moyennes et fortement non-stationnaires dans les travaux de de Abboud et al [42]. Tentant de limiter l'influence des composantes déterministes (pour la détection des défauts de roulements) ils ont constaté que la **CPW** reste la plus stable pour suivre ce type de défaillances, qu'importe la configuration choisie.

En restant toujours dans le domaine de l'analyse vibratoire, Ming et al [43] ont proposé la **Soustraction Itérative de la Composante Continue (DCOIS - Direct Current Offset Iterative Subtracting)**. Dans leurs travaux, les auteurs ont appliqué la **DCOIS** autant sur des signaux théoriques que réels, avec des résultats très concluants. L'idée est d'estimer de manière itérative le signal d'enveloppe, calculée via la transformée de Hilbert. Nous cherchons soit à annuler les composantes déterministes pour atteindre la partie aléatoire ou à annuler les composantes aléatoires pour atteindre la partie déterministe. Ici, la soustraction itérative de la composante continue du signal d'enveloppe est utilisée. Les auteurs sont arrivés à a conclusion selon laquelle la capacité à séparer les composantes déterministes ou aléatoires dépend fortement de la dominante de celles-ci dans le signal brut.

Dans la suite de cette section, nous allons présenter la base théorique et/ou les formules mathématiques sur lesquelles ont été définies quelques techniques ci-dessus citées:

- 1) Les méthodes **TSA**, **FSA** et **DCOIS (CS1)** servent à l'extraction des composantes déterministes, générées par les mécanismes tels que les imperfections géométriques (noté **CS1** ou **disc**);
- 2) Les méthodes **TSV**, **FSV**, **TSK**, **FSK** sont adaptées à l'extraction des composantes aléatoires, relatives respectivement à l'énergie et à l'impulsivité. Les méthodes **CEP**, **CPW** et **DCOIS (CS2)** sont plus optimisées pour l'extraction des composantes aléatoires, nées des mécanismes à réponses cycliques impulsives (noté **CS2** ou **rand**).

3 EXTRACTION DES STATISTIQUES SYNCHRONES DÉTERMINISTES ET ALÉATOIRES (CS1, CS2)

3.1 MOYENNE, VARIANCE ET KURTOSIS SYNCHRONES TEMPORELLES (TSA, TSV, TSK)

La **Moyenne Synchrones Temporelle (TSA)**, dont le principe est visible à la figure 1.1, sert à extraire les composantes déterministes [21], [22]. Un signal périodique est découpé en plusieurs segments, le nombre de segment étant fortement lié à la période particulière P d'étude choisie dans le signal. La période P choisie devra toujours correspondre à un nombre entier d'échantillons pour une extraction optimale. Ces différents segments sont moyennés pour obtenir la **TSA**. Dans le cadre des machines tournantes, celles-ci dans le cas réel sont considérées comme fonctionnant à une vitesse non constante. Des fluctuations de vitesse même infimes sont souvent présentes. L'existence de fluctuations de vitesse va entraîner un nombre d'échantillons différents d'une période P à une autre. Il devient alors difficile de faire un moyennage point par point de chaque segment. C'est pourquoi en réalisant le re-échantillonnage angulaire des signaux, nous obtenons un nombre identique de point d'un segment à un autre, suivant la période recherchée P dans le signal. Le calcul de la **TSA** sera donc possible.

Braun [21] a montré que l'on peut modéliser la moyenne d'une série de segments d'un signal $x(t)$ sous la forme de la convolution de ce signal avec un train d'impulsions espacé d'un temps périodique P. Nous avons alors la **TSA^P** ainsi:

$$TSA^P(t) = 1/N \sum_{k=0}^{N-1} x(t + kP) \quad (1)$$

Sont alors définies la variance et le kurtosis synchrones, respectivement notées **TSV (Time Synchronous Variance)** et **TSK (Time Synchronous Kurtosis)** telles que:

$$TSV^P(t) = 1/N \sum_{k=0}^{N-1} (x(t+kP) - TSA^P(t))^2 \tag{2}$$

$$TSK^P(t) = 1/N \sum_{k=0}^{N-1} (x(t+kP) - TSA(t))/TSV^P(t)^{1/2} \tag{3}$$

La partie périodique est caractérisée par la **TSA** et la partie (pseudo) aléatoire notée **TSA_{sub}** peut être calculée comme suivant:

$$TSA^P_{sub}(t) = x(t) - TSA(t) \tag{4}$$

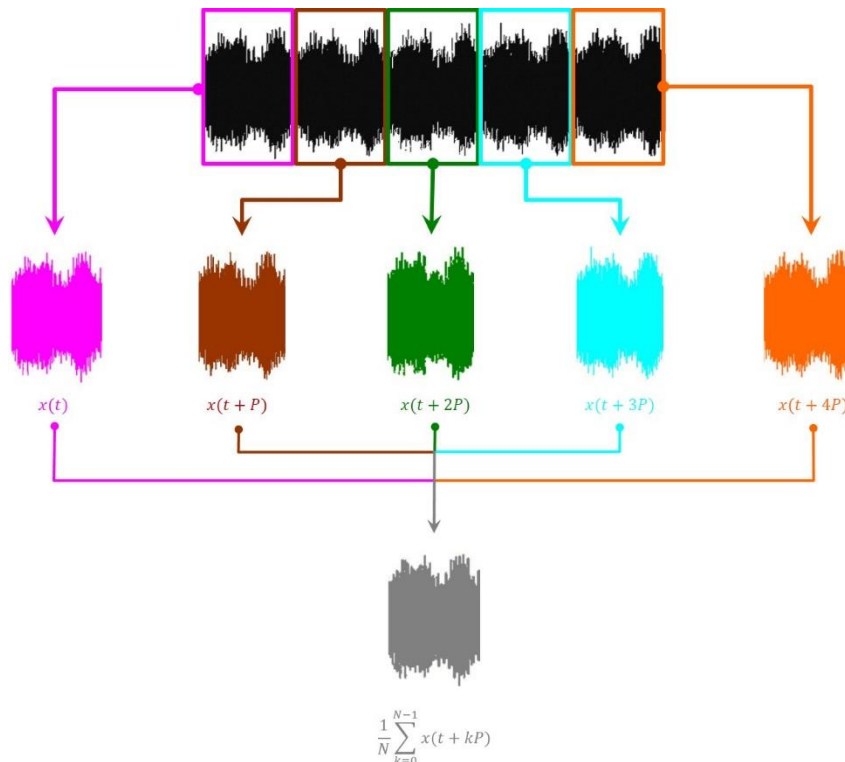


Fig. 1. Procédure d'estimation de la Moyenne Synchronne Temporelle (TSA) calculée sur 5 cycles (N=5) de période P.

Plus le signal $x(t)$ sera long, plus nombreux seront le nombre de segments de périodes P et meilleure sera la qualité de la **TSA**. Notons que la résolution du codeur optique ou du tachymètre choisie au cours de l'opération de re-échantillonnage angulaire influencera grandement la qualité de la **TSA**. Par exemple, choisir deux points par tour de codeur donnera un résultat très biaisé par rapport aux choix de 128, 2048 ou même 4096 points par tour de codeur.

3.2 MOYENNE SYNCHRONNE FRÉQUENTIELLE (FSA)

Braun a complété la définition de la de la **TSA** en montrant que la convolution temporelle était comparable à l'application d'un filtre en peigne dans le domaine fréquentiel. De ce fait, il est tout à fait possible de déterminer la **Moyenne Synchronne Fréquentielle (FSA)** grâce au filtre:

$$|H(\omega)| = |1/N \sin(N\omega/2) / \sin(\omega/2)| \tag{5}$$

où $\omega_k = 2\pi k / (NL)$, $k = 1, 2, \dots, N - 1$, N représente le nombre de périodes dans le signal et L est la période recherchée. Le filtre défini aura pour valeur 1 aux positions de la fréquence fondamentale et ses harmoniques dans le spectre. Le filtre sera plus sélectif avec le nombre de période à extraire. Il faudrait donc obtenir un signal brut suffisamment long pour contenir de nombreuses périodes de celle d'intérêt. Rappelons que l'existence de fortes dispersions spectrales autour de des fréquences

fondamentales et leurs harmoniques associées pourraient nuire à l'extraction de la partie déterministe. Le re-échantillonnage angulaire peut être très utile.

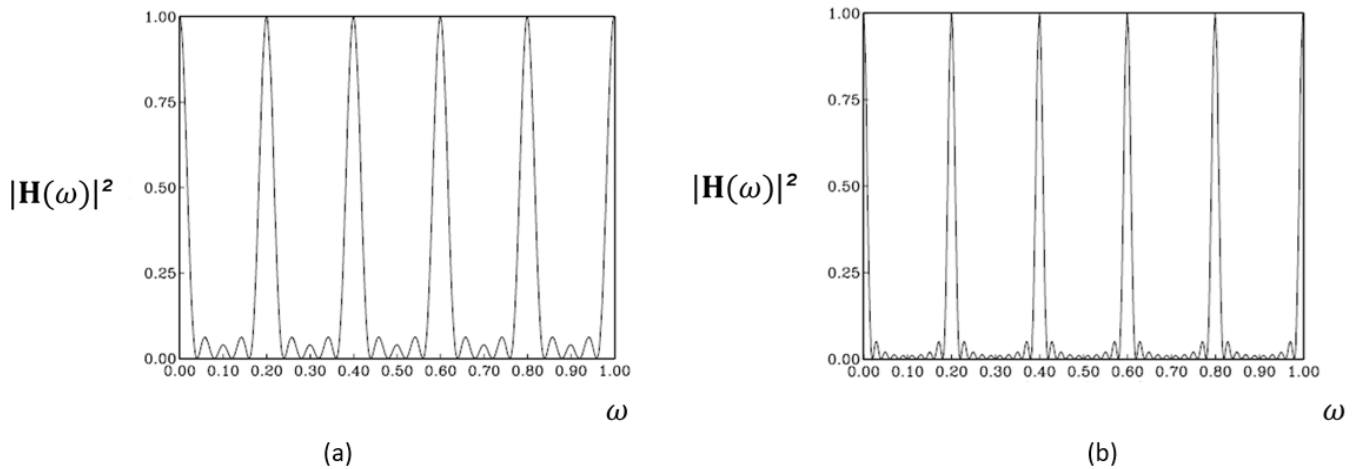


Fig. 2. Gabarit de la traditionnelle FSA pour des moyennages sur 5 (a) et 10 (b) périodes [44].

Baudin et al [45] ont redéfini le filtre en peigne afin qu'il soit capable de sélectionner avec davantage de robustesse les composantes déterministes d'intérêt. A l'inverse de la FSA, la qualité de sélection est indépendante du nombre de périodes présentes dans le signal. Le filtre de la FSA améliorée a donc pour expression:

$$H(F_{\theta}, k_p) = 1/2 (1 + \cos(2\pi F_{\theta}/F_0))^{k_p} \tag{6}$$

Avec $k_p > 1$ et $k_p = 1, 2, \dots, N - 1$

$$FSA_x^{F_{\theta}, k_p} = x(t) * H(F_{\theta}, k_p) \tag{7}$$

Avec $F_{\theta} = kL$, $F_0 = L$, * le produit de convolution, k_p , le paramètre d'ajustement de la sélectivité du filtre, FSA_x la transformée de Fourier du signal brut et $FSA_x^{F_{\theta}, k_p}$ la transformée de Fourier du signal filtré. Le filtrage s'effectue dans le domaine fréquentiel. Le signal périodique est donc obtenu en calculant la transformée de Fourier inverse de $FSA_x^{F_{\theta}, k_p}$. De même, pour obtenir la partie aléatoire, il est nécessaire de déterminer la transformée de Fourier inverse de la soustraction de FSA_x ôtée de $FSA_x^{F_{\theta}, k_p}$. Ici encore, l'opération de re-échantillonné angulaire est recommandé, suivant le taux de fluctuations de vitesse.

3.3 SOUSTRACTION ITÉRATIVE DE LA COMPOSANTE CONTINUE POUR LES COMPOSANTES DÉTERMINISTES CS1 (DCOIS CS1 - DIRECT CURRENT OFFSET ITERATIVE SUBTRACTING)

La **Soustraction Itérative de la Composante Continue (DCOIS)** [43] est une technique d'extraction des composantes déterministes ou aléatoires. Son principe d'extraction des composantes déterministes est visible à la figure 3. Dans le cas des machines tournantes, les défauts présents génèrent des réponses impulsionnelles cycliques. Le signal aléatoire peut bien être de nature multicomposante, qui elle-même se caractérise par des termes croisés. Ces termes croisés apparaissent entre deux réponses impulsionnelles consécutives. Chaque réponse impulsionnelle est de ce fait un signal mono-composante, alors que les réponses impulsionnelles cycliques sont le cumul des réponses impulsionnelles, selon différents décalages temporels. Le signal obtenu au sortir de la **DCOIS** ne peut être exploité comme traditionnellement en se servant notamment de l'analyse d'enveloppe. Les résultats de Ming et al. indiquent que les termes croisés des différentes composantes présentes dans le signal brut composent la partie oscillante du signal d'enveloppe. Les termes croisés situés entre les composantes déterministes et réponses impulsionnelles cycliques représentent d'autres réponses impulsionnelles cycliques. Bien que gardant la caractéristique intrinsèque des signaux originaux, les fréquences porteuses y sont moins dominantes. Comprenons bien que la présence de composantes déterministes dominant les réponses impulsionnelles dans un signal a pour conséquence la prépondérance de leurs termes croisés dans la partie oscillante de l'enveloppe. Il devient donc difficile d'exploiter cette enveloppe or la **DCOIS** peut s'en prémunir grâce à l'annulation adaptative desdits composantes déterministes (via la stratégie de soustraction itérative de la composante continue du signal). Le paramètre le plus important dans la **DCOIS** reste la définition du seuil θ_h , intimement lié au coefficient de corrélation croisée. Notons que la **DCOIS** extrait (respectivement élimine) avec robustesse les composantes déterministes et supprime (respectivement exhibe) les réponses impulsionnelles cycliques

(composantes aléatoires) avec un minimum de perturbations. Même si leur présence est très faible, la DCOIS est quand même capable d'exhiber ces composantes aléatoires.

La méthodologie de calcul itératif de la $DCOIS_{stat \cap cauchy}^{num \cap env}$ (CS1) est décrite ci-dessous, avec $x(t)$, un signal hybride et $E^k[x(t)]$, son enveloppe à l'ordre k calculée par la transformée de Hilbert (E). Les notations unresamp et resamp sont respectivement équivalentes au non re-échantillonné angulairement et au re-échantillonné angulairement.

1. Soit un signal $x(t)$. En régime stationnaire, il sera noté $x_{stat}(t)$. Son échantillonnage peut être effectué:
 - (a) dans le domaine temporel à la fréquence d'échantillonnage F_e et il sera noté $x_{stat}^{unresamp}(t)$;
 - (b) dans le domaine angulaire direct ou après un re-échantillonnage angulaire a posteriori à la fréquence d'échantillonnage F_e^{resamp} et il prendra la notation $x_{stat}^{resamp}(t)$.
2. Pour $k = 0$, nous initialisons $E^0[x(t)]$ tel que: $E^0[x(t)] = x(t)$.
3. Pour la $DCOIS_{stat \cap cauchy}^{num \cap env}$ (CS1), nous déterminons l'enveloppe $E^k[x(t)]$ (avec l'entier $k = 1, 2, \dots$), à partir du signal hybride $x(t)$.
4. Le coefficient de corrélation croisé des enveloppes adjacentes est défini tel que:

$$cauchy^{num \cap env}_{k, k-1} = \frac{\langle E^{k-1}[(x(t))], E^k[(x(t))] \rangle}{\sqrt{\langle E^{k-1}[(x(t))], E^{k-1}[(x(t))] \rangle \langle E^k[(x(t))], E^k[(x(t))] \rangle}}, k = 1, 2, \dots$$
 où \langle, \rangle représente l'opérateur produit scalaire. $cauchy^{num \cap env}_{k, k-1}$ est tiré de l'inégalité de Cauchy-Schwarz. Il prend ses valeurs dans l'intervalle $[0, 1]$ et vaut en particulier 1, dans le cas où les deux signaux à tester (dans leur version vectorielle) sont équivalents partout.
5. Nous testons alors si $cauchy^{num \cap env}_{k, k-1} > th$, avec th un seuil d'arrêt de la procédure défini préalablement tel que $th \in [0, 1]$. Si cette inégalité n'est pas vérifiée, $x(t) = E^k[x(t)]$, puis nous revenons à l'étape 2. Dans le cas contraire, $k = k_{final}$ et nous obtenons le signal d'enveloppe qui sera dominée par les réponses impulsionnelles cycliques. Son expression analytique ainsi que son spectre sont déterminées par les équations ci-dessous:

$$y(t) = \sqrt{\langle E^{k-1}[x(t)], E^k[x(t)] \rangle}$$

$$Y(f) = TF \{ \langle E^{k-1}[x(t)], E^k[x(t)] \rangle \}$$

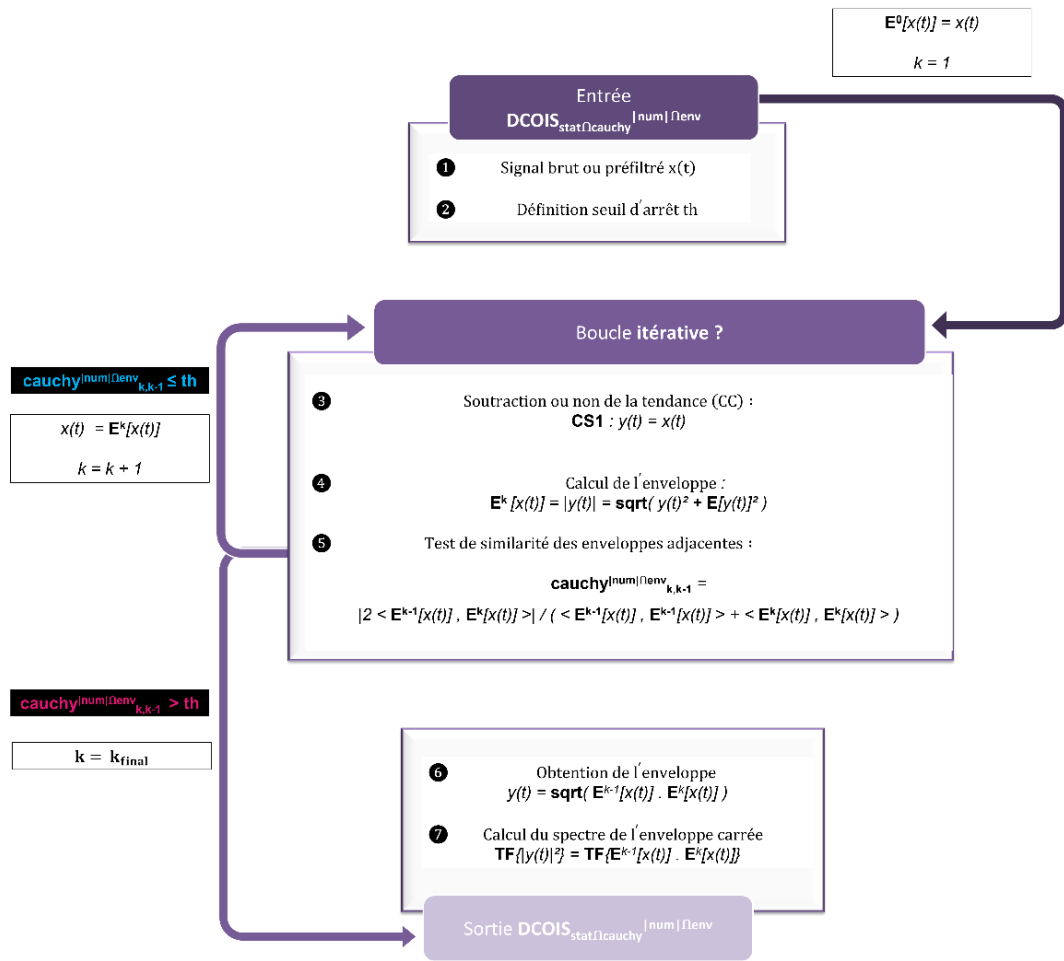


Fig. 3. Principe de calcul des techniques DCOIS_{stat|cauchy}^{|num|Denv} (CS1), pour l'extraction des composantes déterministes.

4 EXTRACTION DES COMPOSANTES ALÉATOIRES (CS2)

4.1 PROCEDURE D'ÉDITION DU CEPSTRE (CEPSTRAL EDITION PROCEDURE - CEP)

Le cepstre est défini comme le spectre de puissance du logarithme du spectre de puissance [46]. Il a notamment surclassé une approche traditionnelle (la fonction d'autocorrélation) dans la détection des échos sismiques. La première version du cepstre n'était pas réversible mais l'algorithme de Colley et Tukey [47] est devenu incontournable car en permettant le calcul plus rapide de la Transformée de Fourier (Transformée de Fourier Rapide). Schafer [48] et Oppenheim [49] ont prolongé ce travail en définissant cette fois-ci une approche devenue réversible dans le domaine temporel: le cepstre complexe. Popularisé dans le domaine sismique, il a trouvé un nouveau champ d'application tout aussi important en la détection des pics vocaux en analyse de la parole [50]. Randall a été précurseur dans l'usage du cepstre pour différencier plus nettement les familles de rhamoniques relatives aux défauts d'engrenages. En co-auteur avec Gao, Randall a également utilisé le cepstre pour extraire les paramètres de d'extraire la fonction de transfert d'un système, dans le cadre de l'analyse modale.

Soit le décalage temporel $\tau = 1/f$. Le cepstre complexe a pour expression:

$$C^c(\tau) = \text{TF}^{-1}(\log(\text{TF}_x)) \tag{8}$$

Sachant pour un signal temporel $x(t)$ que:

$$\text{TF}_x = \text{TF}(x(t)) = A(f) \exp(j\phi(f)) \tag{9}$$

qui développé donne:

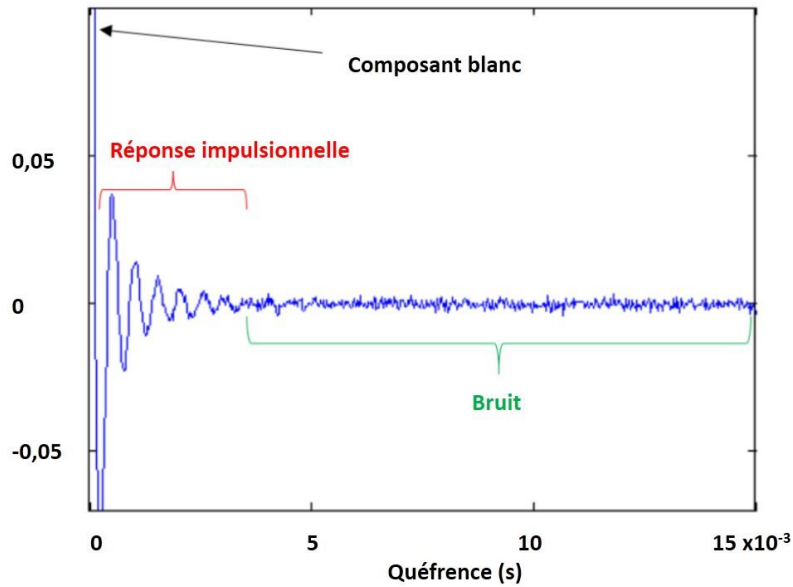


Fig. 4. Exemple de cepstre [45]

$$\log (F_x) = \ln (A (f)) + j\phi (f) \quad (10)$$

où \mathbf{TF} et \mathbf{TF}^{-1} sont respectivement la transformée de Fourier et son inverse, ainsi que A et ϕ désignant l'amplitude et la phase de F_x . Les équations précédentes 8 et 10 nous permettent de présenter le cepstre réel comme la transformée de Fourier inverse du logarithme du spectre d'amplitude:

$$C^r (\tau) = \mathbf{TF}^{-1} (\ln (A (f))) \quad (11)$$

Randall et Sawalhi [32], [40] ont proposé une **Procédure d'Édition du Cepstre (CEP)**. La **CEP** va séparer les familles distinctes d'harmoniques correspondant aux composantes déterministes qui se trouve dans le signal temporel. Le principe de calcul de la **CEP** est détaillé à la figure 5 (a). En entrée de la CEP, nous avons le signal d'intérêt et la fréquence fondamentale à supprimer. Nous déterminons sa transformée de Fourier, puis stockant le spectre de phase ϕ . Nous calculons le cepstre réel (transformée de Fourier inverse du logarithme du spectre d'amplitude A). Ce cepstre réel est modifié suivant la position des échantillons relatifs à la fréquence fondamentale et sa famille d'harmonique. Après calcul de la transformée de Fourier au cepstre réel modifié, nous modifions le logarithme du spectre d'amplitude en le recombinaut au spectre de phase stocké préalablement (opération qui permet de conserver la dynamique du système). Nous déterminons l'exponentiel, la transformée de Fourier inverse pour enfin aboutir au signal temporel filtré.

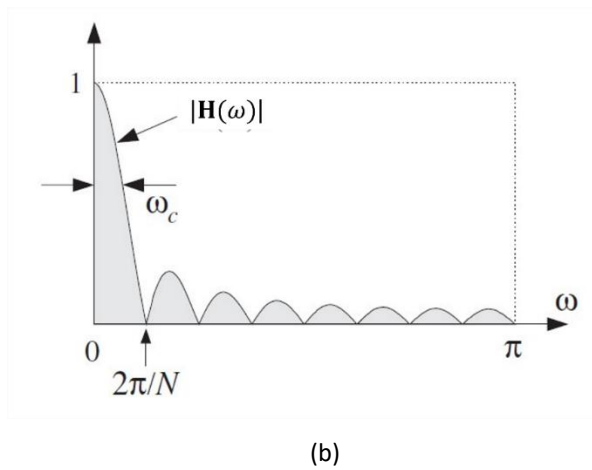
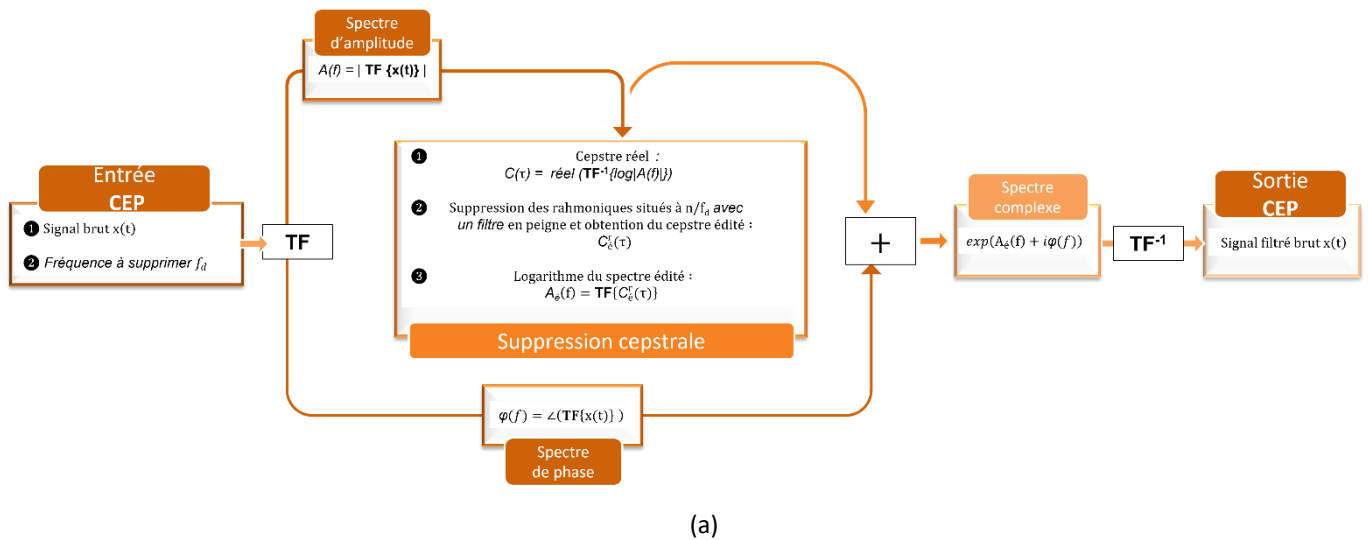


Fig. 5. Procédure d'Édition du Cepstre (a) et gabarit du filtre en peigne |H(ω)| (b).

$$|H(\omega)| = |1/N \sin(N\omega/2) / \sin(\omega/2)| \tag{12}$$

avec $\omega_k = 2\pi k / (NL)$ et $k = 1, 2, \dots, N - 1$. L'édition du cepstre réel est équivalent à l'application d'un filtre en peigne dont le gabarit visible sur la figure 5 (b). L'équation 12 permet d'en calculer l'amplitude. Orfanidis [44], dans son ouvrage très détaillé portant sur le Traitement du Signal, a donné de nombreux exemples de filtres en peigne, en précisant leurs apports et limites. Nous pouvons réellement exploiter à profit ses filtres en particulier pour atténuer le bruit et mieux accéder à l'information utile. $\omega_k = 2\pi k$, avec $k = 1, 2, \dots, N - 1$, correspondent à la fréquence fondamentale d'intérêt à éliminer et sa famille de rhamoniques, N étant le nombre de raies. Concevoir le gabarit du filtre demande certaines précautions. Tout d'abord, rappelons la symétrie du cepstre qui a pour conséquence de ne créer que la moitié du filtre, l'autre moitié étant obtenue par réflexion. Cela diminue nettement le temps de calcul. D'autre part, nous sommes contraints de diminuer la longueur du signal d'entrée car il devrait être un multiple de $2P$, P étant la période (respectivement la fréquence) à éliminer. La suppression d'une fréquence fondamentale et sa famille d'harmoniques réduisant inévitablement la taille du signal filtré, il est conseillé d'avoir un signal d'entrée suffisamment long pour l'application de la CEP pour la suppression de plusieurs fréquences fondamentales (et leur famille de d'harmonique associée).

4.2 BLANCHIMENT CEPSTRAL (CEPSTRAL PROCEDURE WHITENING - CPW)

Nous pouvons exprimer le CPW comme la transformée de Fourier inverse du rapport de la transformée de Fourier du signal sur sa valeur absolue telle que:

$$CPW_x = TF^{-1} \{ TF_x / |TF_x| \} \tag{13}$$

$$SES_{CPWx} = |TF^{-1} \{ |CPW_x|^2 \}|^2 \tag{14}$$

Des techniques comme la **CEP** permettent de connaître au préalable les fréquences cinématiques et leurs harmoniques si elles existent éventuellement, puis de les éliminer de façon itérative. Or, la **CPW** permet d'éliminer toutes ces fréquences par une seule opération présentée à l'équation 13 et nous pouvons étudier l'analyse d'enveloppe grâce à l'application de l'équation 14 au signal filtré avec la **CPW**. Borghesani et al [41] ont montré que la **CPW** supprime tous les composantes déterministes et le signal résiduel de sortie est purement aléatoire. Elle est efficace même dans des conditions de faibles ou moyennes variations de vitesse, ne nécessite pas forcément re-échantillonnage angulaire, mais ne permet plus d'obtenir les informations dynamiques (fonction de transfert du système).

4.3 SOUSTRACTION ITÉRATIVE DE LA COMPOSANTE CONTINUE POUR LES COMPOSANTES ALEATOIRES CS2 (DC ITERATIVE SUBSTRACTION – DCOIS CS2)

La **DCOIS** a déjà été définie dans les sections précédentes. Ici, nous présentons à la figure sa variante dédiée à l'extraction des composantes aléatoires.

La méthodologie de calcul itératif de la **DCOIS_{stat∩cauchy}^{num|∩env} (CS2)** est décrite ci-dessous, avec $x(t)$, un signal hybride et $E^k[x(t)]$, son enveloppe à l'ordre k calculée par la transformée de Hilbert (E).

1. Soit un signal $x(t)$. En régime stationnaire, il sera noté $x_{stat}(t)$. Son échantillonnage peut être effectué: +
 - (a) dans le domaine temporel à la fréquence d'échantillonnage F_e et il sera noté $x_{stat}^{unresamp}(t)$;
 - (b) dans le domaine angulaire direct ou après un re-échantillonnage angulaire a posteriori à la fréquence d'échantillonnage F_e^{resamp} et il prendra la notation $x_{stat}^{resamp}(t)$.
2. Pour $k = 0$, nous initialisons $E^0[x(t)]$ tel que: $E^0[x(t)] = x(t)$.
3. Pour la **DCOIS_{stat∩cauchy}^{num|∩env} (CS2)**, nous soustrayons la composante continue au signal hybride $x(t)$. Ensuite, nous déterminons l'enveloppe $E^k[x(t)]$ (avec l'entier $k = 1, 2, \dots$);
4. Le coefficient de corrélation croisé des enveloppes adjacentes est défini tel que:

$$cauchy^{num|∩env}_{k, k-1} = \frac{2 \langle E^{k-1}[(x(t)), E^k[(x(t)) \rangle]}{\langle E^{k-1}[(x(t)), E^{k-1}[(x(t)) \rangle] + \langle E^k[(x(t)), E^k[(x(t)) \rangle]}$$
, $k = 1, 2, \dots$
 où \langle, \rangle représente l'opérateur produit scalaire. $cauchy^{num|∩env}_{k, k-1}$ est tiré de l'inégalité de Cauchy-Schwarz. Il prend ses valeurs dans l'intervalle $[0, 1]$ et vaut en particulier 1, dans le cas où les deux signaux à tester (dans leur version vectorielle) sont équivalents partout.
5. Nous testons alors si $cauchy^{num|∩env}_{k, k-1} > th$, avec th un seuil d'arrêt de la procédure défini préalablement tel que $th \in [0, 1]$. Si cette inégalité n'est pas vérifiée, $x(t) = E^k[x(t)]$, puis nous revenons à l'étape 2. Dans le cas contraire, $k = k_{final}$ et nous obtenons le signal d'enveloppe qui sera dominée par les réponses impulsionnelles cycliques. Son expression analytique ainsi que son spectre sont déterminées par les équations ci-dessous:

$$y(t) = \sqrt{\langle E^{k-1}[x(t)], E^k[x(t)] \rangle}$$

$$Y(f) = TF \{ \langle E^{k-1}[x(t)], E^k[x(t)] \rangle \}$$

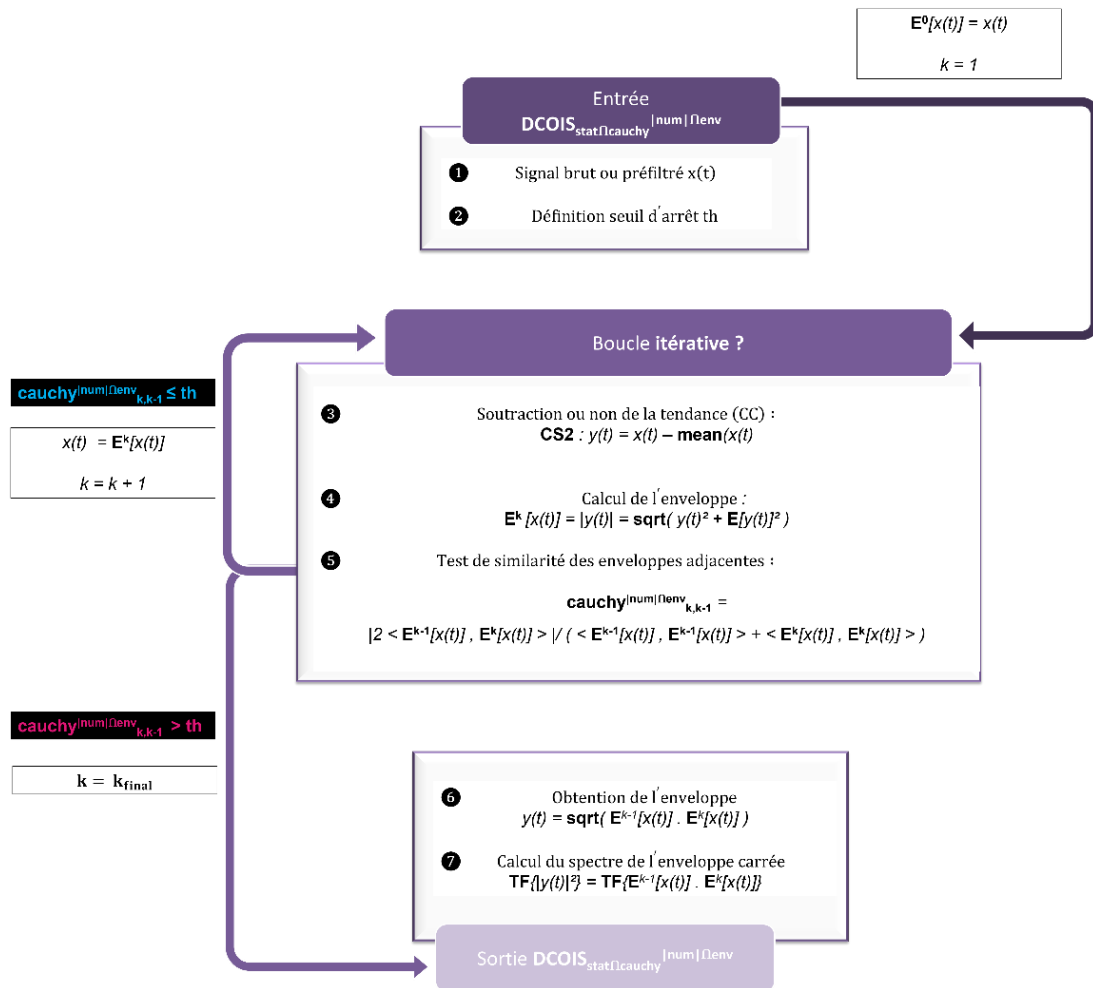


Fig. 6. Principe de calcul des techniques $DCOIS_{stat}^{cauchy}^{num|nenv}$ (CS2), en régime stationnaire.

5 CONCLUSION

Les techniques de séparation des composantes déterministes et/ou aléatoires ont longtemps été appliquées dans des domaines transverses. L'application ailleurs que dans des domaines de prédilection comme les Télécommunications, le Traitement du signal ou même le Traitement d'images n'a fait que renforcer leurs propriétés. Tout particulièrement en Analyse vibratoire, Mécanique, Electronique ou même en Electromécanique, ces techniques ont permis d'améliorer la qualité du signal en le séparant de ce qui peut être considéré comme du bruit. Accéder au signal relatif aux composantes périodiques ou plutôt voir plus nettement la partie aléatoire sont un ensemble d'approches qui vise à maintenir le plus longtemps possible en bon état de fonctionnement les machines. Surveiller, diagnostiquer et pronostiquer sont les étapes essentielles de la maintenance mais elles ont cruellement besoin d'une panoplie d'outils robustes, fins et puissants, en vue d'accéder rapidement à la santé réel des composants.

REFERENCES

- [1] M. El Badaoui. Contribution au diagnostic vibratoire des réducteurs complexes a engrenages par l'analyse cepstrale. PhD thesis, LASPI, Université Jean Monnet Saint-Etienne, Roanne, France, Juillet 1999.
- [2] C. Stander and P. Heyns. Instantaneous angular monitoring of gearboxes under non-cyclic stationary load conditions. Mechanical Systems and Signal Processing, 19 (4): 817-835, 2005.
- [3] R. Klein. Condition indicators for gears. Annual Conference of Prognostics and Health Management Society, 2012.
- [4] N. Sawalhi and R. B. Randall. Localized fault detection and diagnosis in rolling element bearings a collection of the state of art processing algorithms. 8th DSTO International Conference on Health and Usage Monitoring (HUMS 2013), 15th Australian International Aerospace Congress (AIAC15), 2528 February, 2013.

- [5] P. Borghesani, P. Pennacchi, and S. Chatterton. The relationship between kurtosis- and envelope- based indexes for the diagnostic of rolling element bearings. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 43: 25-43, 2014.
- [6] L. Notini, A. Al-habaibeh, F. Zorraïassatine, R.M. Parkin, M.R. Jackson, and J. Coy. Condition monitoring of belt based power transmission systems using low resolution thermal imaging. In *ICOM 2003 Mechatronics Conference*, UK, June 2003.
- [7] D. Rotimbo, F. Guillet, M. Béka, and M. El Badaoui. Diagnosis of belt drives based on cyclostationary approach. In *International Conference Surveillance 7*, Chartres, France, October 29-30, 2013.
- [8] D. Rotimbo, M. Lamraoui, M. El Badaoui, F. Guillet, and M. Béka. Study of vibration signals using CWTF and STFT for belt changes diagnostic. In *Conference Vibrations, SHocks and Noise (VISHNO)*, July 35, 2014.
- [9] J. Antoni. The spectral kurtosis a useful tool for characterising non-stationary signals. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 20 (2): 282-307, 2006.
- [10] J. Antoni. The infogram entropic evidence of the signature of repetitive transients. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2015.
- [11] T. Barszcz and A. Jablonski. A novel method for the optimal band selection for vibration signal demodulation and comparison with the kurtogram. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 25: 431-451, 2011.
- [12] J. Obuchowski, A. Wylomanska, and R. Zimroz. Vibration analysis of copper ore crushers used in mineral processing plant problem of bearings damage detection in presence of heavy impulsive noise. In *4th International Conference on Condition Monitoring of Machinery in Non-Stationary Operations (CMMNO 2014)*, Lyon, France, 15-16- December 15-16, 2014.
- [13] R. B. Randall. Cepstrum analysis. *Encyclopedia of vibration*, D. Ewins, S. S. Rao and S. Braun, Academic Press, London, 2001.
- [14] J. Antoni, F. Bonnardot, A. Raad, and M. El Badaoui. Cyclostationary modelling of rotating machine vibration signals. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 18 (6): 1285-1314, 2004.
- [15] J. Antoni. Cyclostationarity by examples. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 23 (4): 987- 1036, 2009.
- [16] R. Zimroz, J. Obuchowski, and A. Wylomanska. Bearings damage detection in presence of heavy non-gaussian noise via cyclo-stationary analysis. In *International Conference Vibroengineering 2014 Katowice*, Katowice, Poland, 2014.
- [17] J. Bendat and A. Piersol. *Random data analysis and measurement procedures*. John Wiley & Sons, New Jersey, 4th edition, 2010.
- [18] K. Shin and J. Hammond. *Fundamentals of Signal Processing for sound and vibration engineers*, John Wiley & Sons, England, 2008.
- [19] J. Antoni. Apports de l'échantillonnage angulaire et de la cyclostationnarité au diagnostic par analyse vibratoire des moteurs thermiques. PhD thesis, INPG, Grenoble, France, 2000.
- [20] F. Bonnardot. Comparaison entre les analyses angulaires et temporelles des signaux vibratoires de machines tournantes. Etude du concept de cyclostationnarité floue. PhD thesis, LASPI, UJM, Roanne, France, 2004.
- [21] S. Braun. The extraction of periodic waveforms by time domain averaging. *Acoustica*, 32: 69-77, 1975.
- [22] P. D. McFadden. Interpolation techniques for time domain averaging of gear vibration. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 3 (1): 87-97, 1989.
- [23] P. D. McFadden and M. Toozhy. Application of synchronous averaging to vibration monitoring of rolling element bearing. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 14: 891-896, 2000.
- [24] Q. Miao, C. Tang, W. Liang, and M. Pecht. Health assessment of cooling fan bearings using wavelet-based filtering. *Sensors* ISSN 14248220, 13: 274-291, 2013.
- [25] C. J. Stander and P. S. Heyns. Transmission path phase compensation for gear monitoring under fluctuating load conditions, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 20 (7): 1511-1522, 2006.
- [26] M. D. Coats, Sawalhi N., and Randall R. B. Extraction of tacho information from a vibration signal for improved synchronous averaging. In *Acoustics Australia*, Adelaide, Australia, 23-25 November, 2009.
- [27] P. Borghesani, P. Pennacchi, R. B. Randall, and R. Ricci. Order tracking for discrete random separation in variable speed conditions. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 30: 1-22, 2012.
- [28] B. Widrow and S. Stearns. *Adaptive signal processing*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs NJ, pages 349-351, 1985.
- [29] D. Ho. Bearing diagnostics and self-adaptive noise cancellation. PhD thesis, UNSW, 2000.
- [30] J. Antoni and R. B. Randall. Unsupervised noise cancellation for vibration signals part i - evaluation of adaptive algorithms. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 18 (1): 89-101, January 2004.
- [31] N. Sawalhi. Rolling element bearings diagnostics, prognostics and fault simulations. PhD thesis, University of New South Wales, 2007.
- [32] R. B. Randall, Sawalhi N., and Coats M. A comparison of methods for separation of deterministic and random signals. *International Journal of Condition Monitoring*, 1 (1): 11-19, June 2011.
- [33] H. Akaike. Fitting autoregressive models for prediction. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 21: 243-247, 1969.

- [34] M.S. Darlow, R.H. Badgley, and Hogg G.W. Application of high frequency resonance techniques for bearing diagnostics in helicopter gearboxes. Technical Report 74-77, Us Army Air Mobility Research and Development Laboratory, 1974.
- [35] R. A Wiggins. Minimum entropy deconvolution. *Geoexploration*, 16: 21-35, 1978.
- [36] N. Sawalhi and R. B. Randall. Spectral kurtosis enhancement using autoregressive models. ACAM conference, Melbourne, Australia, February 2005.
- [37] N. Sawalhi and R. B. Randall. Signal pre-whitening for fault detection enhancement and surveillance in rolling element bearings. Eighth International Conference on Condition Monitoring and Machinery Failure Prevention Technologies, St David's Hotel, Cardiff, UK, 2022 June, 2011.
- [38] R. B. Randall. Cepstrum analysis and gearbox fault diagnosis. *Maintenance Management International*, Elsevier, pages 183-208, 1982-1983.
- [39] R. B. Randall, J. Antoni, and S. Chobsaard. The relationship between spectral correlation and envelope analysis in the diagnostics of bearing faults and other cyclostationary machine signals. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 15 (5): 945-962, 2001.
- [40] R. B. Randall and N. Sawalhi. A new method for separating discrete components from a signal. *Sound and Vibration*, pages 6-9, May 2011.
- [41] P. Borghesani, P. Pennachi, R. B. Randall, N. Sawhali, and R. Ricci. Application of cepstrum pre-whitening for the diagnosis of bearing faults under variable speed conditions. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 36: 370-384, 2013.
- [42] D. Abboud, J. Antoni, and S. Sieg-Zieba. Envelope preprocessing techniques for rolling element bearing diagnosis in variable speed conditions. In Conference paper, pages 2616--2633, June 2015.
- [43] A.B. Ming, W. Zhang, Z.Y. Qin, and F.L. Chu. Envelope calculation of the multi-component signal and its application to the deterministic component cancellation in bearing fault diagnosis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 5051: 70-100, 2015.
- [44] S. J. Orfanidis. *Introduction to Signal Processing*. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice Hall, 1996.
- [45] S. Baudin, J. Antoni, D. Remond, and O. Sauvage. Excitation/transfer separation in non-stationary conditions. In *Surveillance 7 International Conference*, Chartres, France, October 29-30, 2013.
- [46] B. P. Bogert, M. J. R. Healy, and J. W. Tukey. The quefrency analysis of time series for echoes cepstrum, pseudo-autocovariance, cross-cepstrum and saphe cracking. In M Rosenblatt (Edition), Wiley, pages 209-243, NY, 1963.
- [47] J.W. Cooley and J.W. Tukey. An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series. *Mathematics Of Computer*, 19 (90): 297-301, 1965.
- [48] R. W. Schafer. Echo removal by discrete generalized linear filtering. PhD thesis, dissertation, MIT, January 1968.
- [49] A. V. Oppenheim and R. W. Schafer. *Digital signal processing*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1975.
- [50] A.M. Noll. Cepstrum pitch determination. *J.A.S.A.*, 41 (2): 293-309, 1967.
- [51] A.B. Ming, W. Zhang, Z.Y. Qin, and F.L. Chu. Fault feature extraction and enhancement of rolling element bearing in varying speed condition. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 7677: 367-379, 2016.