International Journal of Innovation and Applied Studies
ISSN 2028-9324 Vol. 36 No. 1 Apr. 2022, pp. 95-114
© 2022 Innovative Space of Scientific Research Journals
http://www.ijias.issr-journals.org/

Programmation en Python du calcul de la probabilité de la rente viagère appliquée à la CNSS/Haut-Katanga

[Programming in Python of the calculation of the probability of the life annuity applied to the CNSS/Haut-Katanga]

MBUYI WA MBUYI Stephane[1], DIBWE KITENGE Cedric[2], MULENDA KINGWEZYA Jacques[2], and NSATO WA MULEMBWA Idol[1]

[1]Département des Mathématiques Informatiques, ISP Lubumbashi, RD Congo

[2]Département des sciences commerciales et administratives et Informatique de gestion, ISP Lubumbashi, RD Congo

Copyright © 2022 ISSR Journals. This is an open access article distributed under the ***Creative Commons Attribution License***, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

ABSTRACT: The object of this article is part of the logic of computerization of mathematical calculations. The countless mathematical calculations prove to be tedious and complicated, even impossible to perform manually and the considerable time required to process them. This is particularly with regard to the calculations of the probability of the life annuity to allow the National Social Security Fund (CNSS) in acronym of the province of Haut-Katanga to determine the result in a few seconds, to ward off errors and remove fatigue. A life annuity is a sum of money, called arrears, that a person (the annuitant or the insurer) undertakes to pay periodically to another person (the insured or the annuitant) until the death of that person. this. Hence the name "life". Since life insurance operations are linked to the length of human life, their implementation absolutely requires the calculation of the probabilities of death or survival from mortality statistics.

KEYWORDS: algorithm, programming language, mortality table, taxation.

RÉSUMÉ : L'objet de ce présent article s'inscrit dans la logique d'informatisation des calculs mathématiques.
Les innombrables calculs mathématiques s'avèrent fastidieux et compliqués, voire impossibles à réaliser manuellement et du temps considérable que nécessite leur traitement.
C'est notamment en ce qui concerne les calculs de la probabilité de la rente viagère pour permettre à la Caisse National de Sécurité Sociale (CNSS) en sigle de la province du Haut-Katanga en sigle de déterminer le résultat dans quelques secondes, d'écarter les erreurs et de supprimer la fatigue.
Une rente viagère est une somme d'argent, appelée arrérage, qu'une personne (le débirentier ou l'assureur) s'engage à verser périodiquement à une autre personne (l'assuré ou le rentier) jusqu'au décès de celle-ci. D'où la dénomination « viagère ».
Les opérations d'assurance vie étant liées à la durée de la vie humaine, leur mise en œuvre nécessite absolument le calcul des probabilités de décès ou de survie à partir de statistiques de mortalité

MOTS-CLEFS : algorithme, langage de programmation, table des mortalités, fiscalité.

1 INTRODUCTION

L'assurance sur la vie est la branche d'assurance où l'assureur prend des engagements financiers aléatoires à très long terme et liés à la durée de la vie humaine.

De ce fait, Le problème principal de l'assureur-vie est de pouvoir déterminer à la date de souscription d'un contrat quelconque, la valeur d'un engagement à long terme dont la réalisation n'est pas certaine. Pour cela il utilise des notions assez complexes de probabilités viagères et de mathématiques financières pour une bonne exploitation de la branche-vie. Comme la rente viagère est un montant qui résulte de plusieurs calculs (probabilités viagères, facteur de conversion, …), elle demande une précision et une concision pour avoir une bonne valeur. C'est à ce titre que l'outil informatique peut nous être d'une très grande importance.

Il s'agira dans ce présent article, de mettre en pratique les notions des probabilités. Toutefois, en dehors des notions calculs de probabilités, nous allons également faire appel aux notions de table des mortalités PF 60-64.

2 Problématique

Les calculs de la rente viagère peuvent prendre beaucoup de temps du fait d'un grand volume de calculs qu'ils engendrent. Par conséquent, ils sont la source de fatigue voire d'erreurs.

Les mathématiciens ayant informatisé plusieurs opérations de la vie courante, arrivent à diminuer le temps de calcul et à minimiser voire même à annuler la fatigue et les erreurs.

Notre travail s'organise autour d'une problématique très précise, c'est- à -dire des interrogations internes au sujet qui peuvent élever des suggestions, des points à clarifier et à développer, en essayant de donner pour ce sujet des réponses à la préoccupation suivante :

Quelle solution pourrions-nous envisager afin de rendre facile et efficace le calcul de la rente viagère à l'aide du langage de programmation orienté objet python pour permettre à la CNSS/Haut-Katanga de diminuer le temps de calcul et de supprimer la fatigue ?

3 Méthodologie

Pour aborder un thème, quel que soit son domaine, sa grandeur ou son importance, il est nécessaire et important de tracer une ligne de conduite qui guiderait le thème jusqu'à a son point final. D'où pour notre thème, nous avons eu à utiliser une méthode et une technique.

Pour ce qui concerne la méthode, nous avons opté pour la méthode analytique, qui nous a permis par une démarche analytique de mettre en place une application informatique pouvant répondre à notre problématique.

Pour ce qui concerne la technique, nous avons opté pour la technique de recherche documentaire, car c'est grâce à cette dernière que nous avons pu consulter un certain nombre des documents, notamment des ouvrages, des articles, des travaux de fins de cycle, des sites internet, dans le but de constituer une base documentaire pour la bonne élaboration de notre travail.

4 Considerations Theoriques

4.1 Bref aperçu historique

Avant la colonisation, les congolais vivaient de la « SOLIDARITE » quand les Belges sont venus, ils ont amené une nouvelle face au travail. En dépit de leurs arrivés, cela ne résout pas une grand-chose, puisque les trois caisses : De pension, Caisse des invalidités et Colis des allocations familiales (A.F) existent encore et la discrimination était encore présente dans le chef de l'homme blanc.

En 1961, par le souci d'une bonne coordination de diverses activités, un décret- loi fusionnera les trois caisses existantes en une seule qui sera dénommée Caisse National de Sécurité Sociale (CNSS) en sigle, qui, à son tour sera constituée de trois branches à savoir :

1) Branche des pensions,
2) Branche des risques professionnels,
3) Branche des allocations familiales.

Après la colonisation :

A cette époque de la colonisation, l'institut national de sécurité sociale était marqué par le décret-loi du 29/Juin/1961 que le professionnel des allocations familiales et des invalidités, non régies par le texte juridique avait poussé le législateur à son élaboration. Ce texte désignait l'ensemble des maladies professionnelles, accident de travail, vieillesse, décès. Ce décret-loi qui instituait ainsi officiellement institut national de sécurité sociale définissait aussi les droits et obligations de tous ceux qui sont concernés par les relations de travail, c'est-à-dire l'employeur et les travailleurs.

4.2 MISSION

La mission ou l'objectif de CINSS est de garantir les travailleurs légalement connus de :

- La vieillesse ;
- L'invalidité ;
- Le décès ;
- L'accident de travail ;
- La maladie professionnelle ;

5 CONSIDÉRATIONS THÉORIQUES

5.1 DÉFINITION

Une rente viagère est une somme d'argent, appelée arrérage, qu'une personne (le débirentier ou l'assureur) s'engage à verser périodiquement à une autre personne (l'assuré ou le rentier) jusqu'au décès de celle-ci. D'où la dénomination « viagère ».

5.2 TYPES DES RENTES

Il existe plusieurs sortes de rentes avec des régimes fiscaux différents, parmi lesquelles nous pouvons citer :

- La rente certaine ;
- La rente différée ou immédiate ;
- La rente simple ou réversible ;
- La rente viagère ;
- La rente viagère réversible à titre onéreux ;
- La rente viagère simple à titre onéreux ; …

Tous les types des rentes sont classés en deux groupes à savoir :

1) ***Rente à durée déterminée*** : le montant est versé régulièrement jusqu'à la date fixée d'avance.
2) ***Rente viagère*** : le montant est versé régulièrement jusqu'au décès du rentier.

Notre travail se focalise sur la rente viagère (simple et réversible).

5.3 LES TROIS (3) FORMULES DE RENTE VIAGÈRE

a) La rente viagère classique (simple)

Cette rente assure le versement d'un revenu régulier au rentier. Le service de la rente prend fin au décès de ce dernier.

b) La rente à annuités garanties

Cette formule garantit le versement d'une rente sur une période minimale (5,10 ou 20 ans) que le rentier soit en vie ou non. En cas de décès du rentier avant la fin de la période choisie, la rente est versée au profit du bénéficiaire désigné par le rentier jusqu'au terme de cette période. Signalons que si est toujours en vie au terme de la période choisie, la rente continue de lui être versée jusqu'à son décès.

c) La rente par paliers

Cette formule permet au rentier de majorer ou minorer le montant de sa rente au cours de cinq (5) premières années de versements.

- ***Rente majorée*** : son niveau correspond au double du montant calculé pour la rente classique pendant les cinq (5) premières années (1er palier). À la fin de cette période, le montant de rente est réajusté, il sera plus faible que celui de rente classique (2ème palier)
- ***Rente minorée*** : son niveau correspond à la moitié du montant de la rente classique pendant les cinq (5) premières années (1èr palier).

À la fin de cette période, le montant de la rente est réajusté, il sera plus fort que le montant d'une rente classique (2ème palier)

Notons ici qu'en fonction des besoins et projets, on peut opter pour un montant de rente majorée ou minorée pendant les cinq (5) premières années (prêt immobilier, études supérieures d'un enfant, …)

5.4 LES OPTIONS DE RÉVERSION

Au décès du rentier, la réversion permet de faire bénéficier à un proche (le Co-rentier) de tout ou partie de la rente. Le Co-rentier doit être âgé de 55 à 75 ans.il peut s'agir du conjoint ou de toute autre personne.

1ère option : la réversion au décès du rentier

Au décès du rentier, la rente est versée à 60%,80% ou 100% au Co-rentier désigné par le rentier jusqu'à son propre décès.

2ème option : la réversion au premier décès

La rente continue à être versée à 60%,80% ou 100% au profit du survivant (le rentier ou le Co-rentier).

5.5 LES ÉLÉMENTS À FOURNIR LORS DE LA SOUSCRIPTION

- Les noms, prénoms, adresses, dates et lieux de naissance du rentier et de l'éventuel Co-rentier ;
- Les options souhaitées ;
- Pour les contrats d'épargne retraite :

La date de liquidation des droits ou titre des régimes de retraite obligatoire.

- Un relevé d'identité bancaire ;
- Pour les contrats d'épargne retraite :

Un justificatif officiel de départ à la retraite si vous n'avez pas atteint l'âge légal.

5.6 LA FISCALITÉ DE LA RENTE VIAGÈRE

a) Impôt sur le revenu

1) Les rentes viagères issues d'adhésions souscrites à titre individuel ou constitués dans le cadre de contrats collectifs d'entreprise sont considérées comme des rentes viagères acquises à titre onéreux. Dans ce cas la part imposable est liée à l'âge du rentier au moment de la mise en service de cette rente. Le tableau ci-dessous en donne la lumière :

Age lors de la mise en service de la rente	Part imposable
Moins de 50ans	70%
De 50 à 59 ans	50%
De 60 à 69 ans	40%
A partir de 70 ans	30%

2) Celles constituées dans le cadre de contrats collectifs d'entreprise par le plan d'épargne retraite entreprise (PERE), sont considérées comme des rentes viagères acquises à titre gratuit. Le montant des arrérages versés entre donc dans la catégorie des pensions et un abattement de 10% et appliqué.

b) Prélèvements sociaux

1) Les rentes viagères acquises à titre onéreux sont soumises aux prélèvements sociaux sur la fraction imposable. Les prélèvements sociaux sont retenus à la source, c'est-à-dire avant versements des arrérages aux rentiers. La fraction imposable est soumise aux prélèvements sociaux à hauteur d'un total de 17,20%.
2) Pour les rentes acquises à titre gratuit, le total des retenues s'élève à 10,10%.

5.7 SOURCES DES RENTES

Une rente peut être issue de sources diverses :

- Elle peut résulter d'un jugement et avoir un caractère indemnitaire pour les victimes ;
- Elle peut aussi être l'objet d'un testament ou d'une donation entre vifs et être constituée à titre purement gratuit ;
- En fin, la rente viagère peut également être issue d'un contrat, et être versée en contrepartie d'un bien immobilier (achat en viager) ou mobilier (capital).

La probabilité

Définition classique de Laplace

Considérons un événement défini sur un univers, n le nombre des cas favorables à la réalisation. Soit N le nombre des cas équiprobables de cette expérience. On appelle probabilité de A notée P(A), le nombre défini par :

$$\boldsymbol{P(A) = \frac{n}{N} = \frac{nombre\ des\ cas\ favorables}{nombre\ des\ cas\ possibles}}$$

Pour concrétiser la définition, prenons : le lancement d'une pièce de monnaie supposée équilibrée.

Soient $\Omega = \{pile, face\}, A = \{arrivée\ de\ face\}\ et\ B = \{arrivée\ de\ pile\}$

$P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega} = \frac{1}{2}$

$de\ même, P(B) = \frac{\#B}{\#\Omega} = \frac{1}{2}$

Nous remarquons que $A \cup B = \Omega\ et\ A \cap B = \emptyset$

$P(A \cup B) = P(\Omega)$

Nous avons alors : $P(\ A) + P(B) = P(\Omega)$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

Conséquences de la définition

1) $P(A) \geq 0$
2) $P(\Omega) = 1$

   $en\ effet, N = n, P(\Omega) = \frac{N}{N} = 1$
3) $0 \leq P(A) \leq 1$

   En effet, $0 \leq n \leq N$

   $\frac{0}{N} \leq \frac{n}{N} \leq \frac{N}{N}$

   Or $\frac{n}{N} = P(A)$

   $0 \leq P(A) \leq 1$
4) $P(0) = \frac{0}{N} = 0$

   A ce niveau n=0 (aucun cas n'est favorable). Nous avons à faire à une probabilité nulle

5) $A \cup \bar{A} = \Omega \; et \; A \cap \bar{A} = \emptyset$

$P(A \cup \bar{A}) = P(A) + P(\bar{A}) = 1$

$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

6) Si $A \cap B = \emptyset \Longrightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

7) Si $A \cap B \neq \emptyset \Longrightarrow \; P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

5.8 PROBABILITES VIAGERES DE BASE

5.8.1 DÉFINITIONS ET NOTATIONS

Les opérations d'assurance vie étant liées à la durée de la vie humaine, leur mise en œuvre nécessite absolument le calcul des probabilités de décès ou de survie à partir de statistiques de mortalité. Ces probabilités liées à la durée de la vie humaine sont dites **probabilités viagères**.

5.8.1.1 LES PRINCIPALES PROBABILITÉS VIAGÈRES SUR UNE TÊTE

5.8.1.1.1 PROBABILITÉ DE SURVIE

C'est la probabilité qu'un individu d'âge x soit vivante dans n années ou encore la probabilité qu'individu d'âge x atteigne l'âge x+n. La notation actuarielle de cette probabilité est : ***nPx*** Ainsi 1$\mathbf{p}_x$ est la probabilité qu'individu d'âge x soit en vie à la fin de l'année. Dans ce cas elle est simplement notée ***Px*** (sans mettre la durée avant la lettre p)

5.8.1.1.2 PROBABILITÉ DE DÉCÈS

C'est la probabilité qu'un individu d'âge x décède dans les n années à venir ou encore la probabilité qu'un individu d'âge x décède avant l'âge x+n. La notation actuarielle de cette probabilité est : ***nQx***

Ainsi 1***Qx*** est la probabilité de décéder dans l'année. Elle est simplement notée Qx

5.8.1.2 PROBABILITÉS VIAGÈRES SUR DEUX TÊTES (X, Y)

Nous distinguons :

nPxy = probabilité que les deux têtes x et y soient en vie dans n années

nQxy = probabilité que l'une des deux têtes x ou y décèdent avant n années nPxy = probabilité qu'au moins une tête soit vivante dans n années.

nQxy = probabilité les deux têtes décèdent avant n années.

Nous avons les relations suivantes :

- ***nPxy = nPx*** $\times \boldsymbol{nPy}$
- ***nQxy = nQx*** $\times \boldsymbol{nQy}$
- ***nPxy + nQxy =1***

5.8.2 CALCUL DES PROBABILITÉS VIAGÈRES

Le calcul numérique des probabilités viagères se fait à partir de tables dites **«** tables de mortalité **»**

LES TABLES DE MORTALITES

Les tables de mortalité constituent un élément essentiel qui se trouve au centre de toutes les activités d'une compagnie d'assurance-vie car elles permettent à l'assureur d'estimer les probabilités de décès ou de survie des assurés pour tarifer et provisionner les contrats-vie.

Ainsi, une table de mortalité appelée aussi table de survie est un tableau constitué de données

Statistiques relatives à la mortalité d'un groupe donné de personnes.

Elle donne pour chaque âge x et cela jusqu'à un âge limite **w** :

- le nombre de survivants à l'âge x noté L_x
- le nombre de décès constatés à l'âge **x** noté d_x.

L'âge limite **w** étant l'âge au-delà duquel il n'y a plus de survivants.

DIFFÉRENTES SORTES DE TABLES

1) ***La table de mortalité démographique :*** Lorsque les observations ayant servi à la construction d'une table de mortalité portent sur toute une population.
2) ***Table de mortalité d'expérience*** : Dans le cas où les observations ne concernent que les assurés d'un ensemble de compagnies d'assurance-vie ou d'une compagnie d'assurance-vie

TABLES UTILISEES DANS LES PAYS AFRICAINS

Jusqu'à présent, en l'absence de tables de mortalité spécifiquement africaines, la plupart des pays africains utilisent les Tables françaises, anglaises ou nord-américaines, construites à partir des statistiques de mortalité dans la population de ces pays. Signalons que dans le cas de notre travail, nous utiliserons les tables françaises PM 60-64 et PF 60-64 des années soixante qui sont en vigueur.

	PM 60-64		**PF 60-64**	
x	L_x	d_x	L_x	d_x
0	1 000 000	24 280	1 000 000	18 490
1	975 720	2 220	981 510	1 990
2	973 500	1 100	979 520	909
3	972 400	750	978 611	610
4	971 650	610	978 001	480
5	971 040	530	977 521	400
6	970 510	470	977 121	340
7	970 040	440	976 781	300
8	969 600	410	976 481	271
9	969 190	390	976 210	249
10	968 800	380	975 961	241
11	968 420	379	975 720	240
12	968 041	390	975 480	249
13	967 651	430	975 231	270
14	967 221	510	974 961	310
15	966 711	649	974 651	360
16	966 062	800	974 291	410
17	965 262	970	973 881	471
18	964 292	1 110	973 410	520
19	963 182	1 221	972 890	570
20	961 961	1 299	972 320	600
21	960 662	1 370	971 720	619
22	959 292	1 420	971 101	650
23	957 872	1 470	970 451	681
24	956 402	1 490	969 770	718
25	954 912	1 530	969 052	757
26	953 382	1 560	968 295	799

27	951 822	1 580	967 496	843
28	950 242	1 606	966 653	892
29	948 636	1 646	965 761	941
30	946 990	1 729	964 820	995
31	945 261	1 853	963 825	1 039
32	943 408	1 989	962 786	1 088
33	941 419	2 136	961 698	1 143
34	939 283	2 297	960 555	1 205
35	936 986	2 471	959 350	1 271
36	934 515	2 662	958 079	1 346
37	931 853	2 868	956 733	1 430
38	928 985	3 093	955 303	1 520
39	925 892	3 336	953 783	1 624
40	922 556	3 601	952 159	1 735
41	918 955	3 888	950 424	1 861
42	915 067	4 199	948 563	1 999
43	910 868	4 536	946 564	2 152
44	906 332	4 901	944 412	2 321
45	901 431	5 295	942 091	2 509
46	896 136	5 720	939 582	2 715
47	890 416	6 182	936 867	2 944
48	884 234	6 677	933 923	3 196
49	877 557	7 210	930 727	3 474
50	870 347	7 783	927 253	3 781
51	862 564	8 398	923 472	4 120
52	854 166	9 057	919 352	4 493
53	845 109	9 761	914 859	4 903
54	835 348	10 512	909 956	5 353
55	824 836	11 310	904 603	5 847
56	813 526	12 158	898 756	6 389
57	801 368	13 054	892 367	6 983
58	788 314	14 000	885 384	7 632
59	774 314	14 992	877 752	8 340
60	759 322	16 029	869 412	9 110
61	743 293	17 110	860 302	9 949
62	726 183	18 224	850 353	10 856
63	707 959	19 380	839 497	11 838
64	688 579	20 552	827 659	12 896
65	668 027	21 741	814 763	14 031
66	646 286	22 934	800 732	15 245
67	623 352	24 119	785 487	16 538
68	599 233	25 278	768 949	17 906
69	573 955	26 393	751 043	19 347
70	547 562	27 446	731 696	20 853
71	520 116	28 412	710 843	22 414
72	491 704	29 269	688 429	24 018
73	462 435	29 989	664 411	25 647
74	432 446	30 547	638 764	27 281
75	401 899	30 914	611 483	28 891

76	370 985	31 067	582 592	30 449
77	339 918	30 980	552 143	31 915
78	308 938	30 633	520 228	33 251
79	278 305	30 013	486 977	34 407
80	248 292	29 110	452 570	35 339
81	219 182	27 923	417 231	35 992
82	191 259	26 464	381 239	36 318
83	164 795	24 752	344 921	36 268
84	140 043	22 820	308 653	35 805
85	117 223	20 710	272 848	34 897
86	96 513	18 473	237 951	33 533
87	78 040	16 171	204 418	31 717
88	61 869	13 867	172 701	29 478
89	48 002	11 628	143 223	26 869
90	36 374	9 513	116 354	23 965
91	26 861	7 576	92 389	20 870
92	19 285	5 859	71 519	17 695
93	13 426	4 389	53 824	14 566
94	9 037	3 174	39 258	11 604
95	5 863	2 209	27 654	8 911
96	3 654	1 475	18 743	6 573
97	2 179	941	12 170	4 636
98	1 238	570	7 534	3 110
99	668	328	4 424	1 974
100	340	177	2 450	1 179
101	163	90	1 271	658
102	73	43	613	340
103	30	19	273	162
104	11	7	111	70
105	4	3	41	28
106	1	1	13	13
107	0	0	0	0
108	0	0	0	0
109	0	0	0	0
110	0	0	0	0
111	0	0	0	0
112	0	0	0	0
113	0	0	0	0
114	0	0	0	0
115	0	0	0	0
116	0	0	0	0
117	0	0	0	0
118	0	0	0	0
119	0	0	0	0
120	0	0	0	0

5.8.2.1 CALCUL DE NPX

nPx = $\frac{l_{x+n}}{l_x}$

Concrétisons par **:** calculez la probabilité qu'une tête âgée de 30 ans soit vivante dans 25 ans en utilisant d'abord la table PM60-64 et ensuite la table PF60-64

1) à partir de la table PM60-64: $_{25}p_{30} = \frac{l_{55}}{l_{30}} = \frac{824836}{954912}$ = 0,86578
2) à partir de la table PF60-64: $_{25}p_{30} = \frac{l_{55}}{l_{30}} = \frac{904603}{969052}$= 0,93349

On note que la probabilité de survie de 25 ans à l'âge 30 calculée à partir de la table PM60-64 est inférieure à celle calculée à partir de la table PF60-64.

5.8.2.2 CALCUL DE NQX

nQx = $\frac{(l_x - l_{x+n})}{l_x}$

Prenons la probabilité qu'une tête âgée de 30 ans décède avant 25 ans en utilisant d'abord la table PM60-64 et ensuite la table PF60-64.

1) à partir de la table PM60-64 : $_{25}Q_{30} = \frac{(l_{30} - l_{55})}{l_{30}} = \frac{(946\,990 - 824\,836)}{946\,990}$= = 0,129
2) à partir de la table PF60-64: $_{25}Q_{30} = \frac{(l_{30} - l_{55})}{l_{30}} = \frac{(964\,820 - 904\,603)}{964\,820}$= = 0,062

On note également que la probabilité de décès avant 25 ans à l'âge de 30 ans calculée à partir de la table PM60-64 est supérieure à celle calculée à partir de la table PF60-64.

5.9 NOTION DE VALEUR ACTUELLE PROBABLE

DÉFINITION

La valeur actuelle probable d'un engagement est définie comme le produit de la valeur actuelle de cet engagement par la probabilité de réalisation de l'engagement :

$$\boldsymbol{VAP = V_a . nP_x}$$

Cette notion permet à l'assureur d'évaluer ces engagements et donc de les provisionner suffisamment.

Prenons : calculer la valeur actuelle probable (VAP) de l'engagement qui consiste à verser un capital de 1000000Fc à un homme âgé de 30 ans .si celui-ci atteint son 40ème anniversaire. On suppose que le taux de placement reste constamment égal à 3,5% pendant les 10 années suivant l'engagement.

- Valeur actuelle de l'engagement : $V_0 = V_a.(1+i)^{-n}$

  $= 1000000(1{,}35)^{-10}$

  = 708918,81 Fc

- Probabilité de réalisation de l'engagement : $_{10}P_{30} = \frac{l_{40}}{l_{30}}$

  $= \frac{922566}{966990}$

  = 0,974

- Valeur actuelle probable de l'engagement : $VAP = V_a . nP_x$

  = 708918,81 .0, 974

  = 690486,92

A. Quelques Applications à la CNSS

Problème 1

Monsieur SANGO, veuf, âgé de 65 ans, veut obtenir à la fin de chaque année une rente viagère de 2500 $ au taux technique de 1,50%.

- Evaluer la valeur actuelle probable de cette rente.
- Déterminer le montant de la rente viagère si son épargne (capital constitué) est de 30000$.

Données Inconnues

- $x = 65$ ans (l'âge de l'assuré) R (rente viagère) = ?
- $i = 1.5\% = 0.015$ (Taux technique) VAPR (valeur actuelle probable)= ?
- $C = 30000\ Fc$
- $Ra = 2500\ Fc$
- $w = 106$ ans

Formules

- $R = \frac{C}{a_x}$
- $VAPR = Ra * a_x$
- $a_x = \sum_{k=1}^{w-x} \frac{L_{x+k}}{L_x} \frac{1}{(1+i)^k}$

Solutions

$$a_{65} = \sum_{k=1}^{41} \frac{L_{65+k}}{L_{65}} \frac{1}{(1+i)^k}$$

$$= \left[\frac{L_{66}}{L_{65}}\right]\frac{1}{1{,}015} + \left[\frac{L_{67}}{L_{65}}\right]\frac{1}{(1.015)^2} + \left[\frac{L_{68}}{L_{65}}\right]\frac{1}{(1.015)^3} + \left[\frac{L_{69}}{L_{65}}\right]\frac{1}{(1.015)^4} + \left[\frac{L_{70}}{L_{65}}\right]\frac{1}{(1.015)^5} + \left[\frac{L_{71}}{L_{65}}\right]\frac{1}{(1.015)^6} + \left[\frac{L_{72}}{L_{65}}\right]\frac{1}{(1.015)^7} + \left[\frac{L_{73}}{L_{65}}\right]\frac{1}{(1.015)^8} + \left[\frac{L_{74}}{L_{65}}\right]\frac{1}{(1.015)^9} + \left[\frac{L_{75}}{L_{65}}\right]\frac{1}{(1.015)^{10}} + \left[\frac{L_{76}}{L_{65}}\right]\frac{1}{(1.015)^{11}} + \left[\frac{L_{77}}{L_{65}}\right]\frac{1}{(1.015)^{12}} + \left[\frac{L_{78}}{L_{65}}\right]\frac{1}{(1.015)^{13}} + \left[\frac{L_{79}}{L_{65}}\right]\frac{1}{(1.015)^{14}} + \left[\frac{L_{80}}{L_{65}}\right]\frac{1}{(1.015)^{15}} + \left[\frac{L_{81}}{L_{65}}\right]\frac{1}{1{,}015^{16}} + \left[\frac{L_{82}}{L_{65}}\right]\frac{1}{1{,}015^{17}} + \left[\frac{L_{83}}{L_{65}}\right]\frac{1}{1{,}015^{18}} + \left[\frac{L_{84}}{L_{65}}\right]\frac{1}{1{,}015^{19}} + \left[\frac{L_{85}}{L_{65}}\right]\frac{1}{1{,}015^{20}} + \left[\frac{L_{86}}{L_{65}}\right]\frac{1}{1{,}015^{21}} + \left[\frac{L_{87}}{L_{65}}\right]\frac{1}{1{,}015^{22}} + \left[\frac{L_{88}}{L_{65}}\right]\frac{1}{1{,}015^{23}} + \left[\frac{L_{89}}{L_{65}}\right]\frac{1}{1{,}015^{24}} + \left[\frac{L_{90}}{L_{65}}\right]\frac{1}{1{,}015^{25}}$$

$$+ \left[\frac{L_{91}}{L_{65}}\right]\frac{1}{1{,}015^{26}} + + \left[\frac{L_{92}}{L_{65}}\right]\frac{1}{1{,}015^{27}} + \left[\frac{L_{93}}{L_{65}}\right]\frac{1}{1{,}015^{28}} + \left[\frac{L_{94}}{L_{65}}\right]\frac{1}{1{,}015^{29}} + \left[\frac{L_{95}}{L_{65}}\right]\frac{1}{1{,}015^{30}} + \left[\frac{L_{96}}{L_{65}}\right]\frac{1}{1{,}015^{31}} + \left[\frac{L_{97}}{L_{65}}\right]\frac{1}{1{,}015^{32}} + \left[\frac{L_{98}}{L_{65}}\right]\frac{1}{1{,}015^{33}} + \left[\frac{L_{99}}{L_{65}}\right]\frac{1}{1{,}015^{34}} + \left[\frac{L_{100}}{L_{65}}\right]\frac{1}{1{,}015^{35}} + \left[\frac{L_{101}}{L_{65}}\right]\frac{1}{1{,}015^{36}} + \left[\frac{L_{102}}{L_{65}}\right]\frac{1}{1{,}015^{37}} + \left[\frac{L_{103}}{L_{65}}\right]\frac{1}{1{,}015^{38}} + \left[\frac{L_{104}}{L_{65}}\right]\frac{1}{1{,}015^{39}} + \left[\frac{L_{105}}{L_{65}}\right]\frac{1}{1{,}015^{40}} + \left[\frac{L_{106}}{L_{65}}\right]\frac{1}{1{,}015^{41}}$$

$$= \left[\frac{800732}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015} + \left[\frac{785487}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^2} + \left[\frac{768949}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^3} + \left[\frac{751043}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^4} + \left[\frac{731696}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^5} + \left[\frac{710843}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^6} + \left[\frac{688429}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^7} + \left[\frac{664411}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^8} + \left[\frac{638764}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^9} + \left[\frac{611483}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{10}} + \left[\frac{582592}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{11}} + \left[\frac{552143}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{12}} + \left[\frac{520228}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{13}} + \left[\frac{486977}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{14}} + \left[\frac{452570}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{15}} + \left[\frac{417231}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{16}} + \left[\frac{381239}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{17}} + \left[\frac{344921}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{18}} + \left[\frac{308653}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{19}} + \left[\frac{272848}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{20}} + \left[\frac{237951}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{21}} + \left[\frac{204418}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{22}} + \left[\frac{172701}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{23}} + \left[\frac{143223}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{24}} + \left[\frac{116354}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{25}} + \left[\frac{92389}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{26}} + \left[\frac{71519}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{27}} + \left[\frac{53824}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{28}} + \left[\frac{39258}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{29}} + \left[\frac{27654}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{30}} + \left[\frac{18743}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{31}} + \left[\frac{12170}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{32}} + \left[\frac{7534}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{33}} + \left[\frac{4424}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{34}} + \left[\frac{2450}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{35}} + \left[\frac{1271}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{36}} + \left[\frac{613}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{37}} + \left[\frac{273}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{38}} + \left[\frac{111}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{39}} + \left[\frac{41}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{40}} + \left[\frac{13}{814763}\right]\frac{1}{1{,}015^{41}}$$

$$= 0{,}9682407025201 + 0{,}93578400707886 + 0{,}90254343412767 + 0{,}86849902470685 + 0{,}83362200671606 + 0{,}797895723330 + 0{,}76131706087033 + 0{,}72389766775827 + 0{,}68566937590175 + 0{,}64668481982512 + 0{,}60702524563625 + 0{,}56679728987151 + 0{,}52614309537321 + 0{,}48523549253103 + 0{,}44428722901878 + 0{,}40354186256190 + 0{,}36328151903669 + 0{,}32381694967332 + 0{,}28548572753789 + 0{,}24863864543618 + 0{,}21363349643990 + 0{,}18081518780733 + 0{,}15050280076419 + 0{,}12296923005001 + 0{,}09842353589862 + 0{,}07699665695031 + 0{,}05872283228682 + 0.04354070815321 + 0{,}03128827692883 + 0{,}02171427793927 +$$

$0,01449974941637 + 0,00927568363241 + 0,00565737442767 + 0,00327294255768 + 0,00178576088917 + 0,0009127184274 + 0,00043369619577 + 0,00019029253119 + 0,00007622826453959 + 0,00002774028177449 + 0,000008665713398256$

$a_{65} = 13,3439140104402$

- $R = \frac{30000}{13,3439140104402}$

  $= 2248,2159264911375\$$

- $VAPR = 13,3439140104402 \times 2500$

  $= 33359,78502610063\$$

Problème 2

a) Calculer la valeur actuelle probable d'une rente viagère de 100000Fc par an au taux technique de 1,50% ; pour Monsieur MASUDI de 62 ans sachant qu'il a également désigné en bénéficiaire ; sa femme MWADI âgée de 55 ans dont le taux de réversion est de 70%
b) Quel en sera réciproquement le montant d'une rente viagère annuelle sachant que le capital constitué est de 400000Fc ?

Données

- $x = 62$ ans (l'âge de l'assuré principal)
- $y = 55$ ans (l'âge du bénéficiaire)
- $w = 106$(L'âge limite)
- $i = 1.50\% = 0,015$ (Taux technique)
- $TR = 70\% = 0,8$ (Taux de réversion)
- $Ra = 10000Fc$ (Montant d'une rente)
- $C = 400000\ Fc$ (Capital constitué)

Inconnues

R (rente viagère) = ?
VAPR (valeur actuelle probable) = ?

Formules

- $VAPR = a_{xy}.R_a$
- $R = C.\frac{1}{a_{xy}}$
- $a_{xy} = \sum_{\boldsymbol{k=1}}^{\boldsymbol{w-x}} \frac{\boldsymbol{l_{x+k}}}{\boldsymbol{l_x}} + \boldsymbol{TR} \times (\frac{\boldsymbol{l_x - l_{x+k}}}{\boldsymbol{l_x}} \times \frac{\boldsymbol{l_{y+k}}}{\boldsymbol{l_y}}) \times \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{(1+i)^k}}$

Solutions

$$a_{62\ 55} = \sum_{k=1}^{106-62} \frac{L_{62+k}}{L_{62}} + 0,7\left(\frac{L_{62}-L_{62+k}}{L_{62}} \times \frac{L_{55+K}}{L_{55}}\right)\frac{1}{(1+0,015)^k}$$

$$a_{62\ 55} = \sum_{k=1}^{44} \frac{L_{62+k}}{L_{62}} + 0,7\left(\frac{L_{62}-L_{62+k}}{L_{62}} \times \frac{L_{55+K}}{L_{55}}\right)\frac{1}{(1,015)^k}$$

$$= [\frac{L_{63}}{L_{62}} + 0,7\left(\frac{L_{62}-L_{63}}{L_{62}} \times \frac{L_{56}}{L_{55}}\right)]\frac{1}{1,015} + + \left[\frac{L_{65}}{L_{62}} + 0,7\left(\frac{L_{62}-L_{65}}{L_{62}} \times \frac{L_{58}}{L_{55}}\right)\right]\frac{1}{(1.015)^3} + \left[\frac{L_{66}}{L_{62}} + 0,7\left(\frac{L_{62}-L_{66}}{L_{62}} \times \frac{L_{59}}{L_{55}}\right)\right]\frac{1}{(1.015)^4} + \left[\frac{L_{67}}{L_{62}} + 0,7\left(\frac{L_{62}-L_{67}}{L_{62}} \times \frac{L_{60}}{L_{55}}\right)\right]\frac{1}{(1.015)^5} + \left[\frac{L_{68}}{L_{62}} + 0,7\left(\frac{L_{62}-L_{68}}{L_{62}} \times \frac{L_{61}}{L_{55}}\right)\right]\frac{1}{(1.015)^6} + \left[\frac{L_{69}}{L_{62}} + 0,7\left(\frac{L_{62}-L_{69}}{L_{62}} \times \frac{L_{62}}{L_{55}}\right)\right]\frac{1}{(1.015)^7} + \left[\frac{L_{70}}{L_{62}} + 0,7\left(\frac{L_{62}-L_{70}}{L_{62}} \times \frac{L_{63}}{L_{55}}\right)\right]\frac{1}{(1.015)^8} + \left[\frac{L_{71}}{L_{62}} + 0,7\left(\frac{L_{62}-L_{71}}{L_{62}} \times \frac{L_{64}}{L_{55}}\right)\right]\frac{1}{(1.015)^9} + \left[\frac{L_{72}}{L_{62}} + 0,7\left(\frac{L_{62}-L_{72}}{L_{62}} \times \frac{L_{65}}{L_{55}}\right)\right]\frac{1}{(1.015)^{10}} + \left[\frac{L_{73}}{L_{62}} + 0,7\left(\frac{L_{62}-L_{73}}{L_{62}} \times \frac{L_{66}}{L_{55}}\right)\right]\frac{1}{(1.015)^{11}} + \left[\frac{L_{74}}{L_{62}} + 0,7\left(\frac{L_{62}-L_{74}}{L_{62}} \times \frac{L_{67}}{L_{55}}\right)\right]\frac{1}{(1.015)^{12}} + \left[\frac{L_{75}}{L_{62}} + 0,7\left(\frac{L_{62}-L_{75}}{L_{62}} \times \frac{L_{68}}{L_{55}}\right)\right]\frac{1}{(1.015)^{13}} + \left[\frac{L_{76}}{L_{62}} + 0,7\left(\frac{L_{62}-L_{76}}{L_{62}} \times \frac{L_{69}}{L_{55}}\right)\right]\frac{1}{(1.015)^{14}} + \left[\frac{L_{77}}{L_{62}} + 0,7\left(\frac{L_{62}-L_{77}}{L_{62}} \times \frac{L_{70}}{L_{55}}\right)\right]\frac{1}{(1.015)^{15}} + \left[\frac{L_{78}}{L_{62}} + 0,7\left(\frac{L_{62}-L_{78}}{L_{62}} \times \frac{L_{71}}{L_{55}}\right)\right]\frac{1}{(1.015)^{16}} + \left[\frac{L_{79}}{L_{62}} + 0,7\left(\frac{L_{62}-L_{79}}{L_{62}} \times \frac{L_{72}}{L_{55}}\right)\right]\frac{1}{(1.015)^{17}} + \left[\frac{L_{80}}{L_{62}} + 0,7\left(\frac{L_{62}-L_{80}}{L_{62}} \times \frac{L_{73}}{L_{55}}\right)\right]\frac{1}{(1.015)^{18}} + + \left[\frac{L_{81}}{L_{62}} + TR\left(\frac{L_{62}-L_{81}}{L_{62}}\frac{L_{74}}{L_{55}}\right)\right]\frac{1}{1,015^{19}} + + [\frac{L_{82}}{L_{62}} + TR\left(\frac{L_{62}-L_{82}}{L_{62}}\frac{L_{75}}{L_{55}}\right)]\frac{1}{1,015^{20}} + [\frac{L_{83}}{L_{62}} + TR\left(\frac{L_{62}-L_{83}}{L_{62}}\frac{L_{76}}{L_{55}}\right)]\frac{1}{1,015^{21}} + [\frac{L_{84}}{L_{62}} + TR\left(\frac{L_{62}-L_{84}}{L_{62}}\frac{L_{77}}{L_{55}}\right)]\frac{1}{1,015^{22}} + [\frac{L_{85}}{L_{62}} + TR\left(\frac{L_{62}-L_{85}}{L_{62}}\frac{L_{78}}{L_{55}}\right)]\frac{1}{1,015^{23}} + [\frac{L_{86}}{L_{62}} + TR\left(\frac{L_{62}-L_{86}}{L_{62}}\frac{L_{79}}{L_{55}}\right)]\frac{1}{1,015^{24}} + [\frac{L_{87}}{L_{62}} + TR\left(\frac{L_{62}-L_{87}}{L_{62}}\frac{L_{80}}{L_{55}}\right)]\frac{1}{1,015^{25}} + [\frac{L_{88}}{L_{62}} + TR\left(\frac{L_{62}-L_{88}}{L_{62}}\frac{L_{81}}{L_{55}}\right)]\frac{1}{1,015^{26}} + [\frac{L_{89}}{L_{62}} + TR\left(\frac{L_{62}-L_{89}}{L_{62}}\frac{L_{82}}{L_{55}}\right)]\frac{1}{1,015^{27}} + [\frac{L_{90}}{L_{62}} + TR\left(\frac{L_{62}-L_{90}}{L_{62}}\frac{L_{83}}{L_{55}}\right)]\frac{1}{1,015^{28}}$$

$$+\left[\frac{L_{91}}{L_{62}}+TR\left(\frac{L_{62}-L_{91}}{L_{62}}\frac{L_{84}}{L_{55}}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{29}}++[\frac{L_{92}}{L_{62}}+TR\left(\frac{L_{62}-L_{92}}{L_{62}}\frac{L_{85}}{L_{55}}\right)]\frac{1}{1{,}015^{30}}+[\frac{L_{93}}{L_{62}}+TR\left(\frac{L_{62}-L_{93}}{L_{62}}\frac{L_{86}}{L_{55}}\right)]\frac{1}{1{,}015^{31}}+[\frac{L_{94}}{L_{62}}+$$
$$TR\left(\frac{L_{62}-L_{94}}{L_{62}}\frac{L_{87}}{L_{55}}\right)]\frac{1}{1{,}015^{32}}+[\frac{L_{95}}{L_{62}}+TR\left(\frac{L_{62}-L_{95}}{L_{62}}\frac{L_{88}}{L_{55}}\right)]\frac{1}{1{,}015^{333}}+[\frac{L_{96}}{L_{62}}+TR\left(\frac{L_{62}-L_{96}}{L_{62}}\frac{L_{89}}{L_{55}}\right)]\frac{1}{1{,}015^{34}}+[\frac{L_{97}}{L_{62}}+TR\left(\frac{L_{62}-L_{97}}{L_{62}}\frac{L_{90}}{L_{55}}\right)]\frac{1}{1{,}015^{35}}+$$
$$[\frac{L_{98}}{L_{62}}+TR\left(\frac{L_{62}-L_{98}}{L_{62}}\frac{L_{91}}{L_{55}}\right)]\frac{1}{1{,}015^{36}}+[\frac{L_{99}}{L_{62}}+TR\left(\frac{L_{62}-L_{99}}{L_{62}}\frac{L_{92}}{L_{55}}\right)]\frac{1}{1{,}015^{37}}+[\frac{L_{100}}{L_{62}}+TR\left(\frac{L_{62}-L_{100}}{L_{62}}\frac{L_{93}}{L_{55}}\right)]\frac{1}{1{,}015^{38}}+\left[\frac{L_{101}}{L_{62}}+\right.$$
$$\left.TR\left(\frac{L_{62}-L_{101}}{L_{62}}\frac{L_{94}}{L_{55}}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{39}}++[\frac{L_{102}}{L_{62}}+TR\left(\frac{L_{62}-L_{102}}{L_{62}}\frac{L_{95}}{L_{55}}\right)]\frac{1}{1{,}015^{40}}+[\frac{L_{103}}{L_{62}}+TR\left(\frac{L_{62}-L_{103}}{L_{62}}\frac{L_{96}}{L_{55}}\right)]\frac{1}{1{,}015^{41}}+[\frac{L_{104}}{L_{62}}+$$
$$TR\left(\frac{L_{62}-L_{104}}{L_{62}}\frac{L_{97}}{L_{55}}\right)]\frac{1}{1{,}015^{42}}+[\frac{L_{105}}{L_{62}}+TR\left(\frac{L_{62}-L_{105}}{L_{62}}\frac{L_{98}}{L_{55}}\right)]\frac{1}{1{,}015^{43}}+[\frac{L_{106}}{L_{62}}+TR\left(\frac{L_{62}-L_{106}}{L_{62}}\frac{L_{99}}{L_{55}}\right)]\frac{1}{1{,}015^{44}}$$

$$=\left[\frac{839497}{850353}+0{,}7\left(\frac{850353-839497}{850353}.\frac{898756}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015}+\left[\frac{827659}{850353}+0{,}7\left(\frac{850353-827659}{850353}.\frac{892367}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{2}}+\left[\frac{814763}{850353}+\right.$$
$$\left.0{,}7\left(\frac{850353-814763}{850353}.\frac{885384}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{3}}+\left[\frac{800732}{850353}+0{,}7\left(\frac{850353-800732}{850353}.\frac{877752}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{4}}+\left[\frac{785487}{850353}+\right.$$
$$\left.0{,}7\left(\frac{850353-785487}{850353}.\frac{869412}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{5}}+\left[\frac{768949}{850353}+0{,}7\left(\frac{850353-768949}{850353}.\frac{860302}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{6}}+\left[\frac{751043}{850353}+\right.$$
$$\left.0{,}7\left(\frac{850353-751043}{850353}.\frac{850353}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{7}}+\left[\frac{731696}{850353}+0{,}7\left(\frac{850353-731696}{850353}.\frac{839497}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{8}}+\left[\frac{710843}{850353}+\right.$$
$$\left.0{,}7\left(\frac{850353-710843}{850353}.\frac{827659}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{9}}+\left[\frac{688429}{850353}+0{,}7\left(\frac{850353-688429}{850353}.\frac{814763}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{10}}+\left[\frac{664411}{850353}+\right.$$
$$\left.0{,}7\left(\frac{850353-664411}{850353}.\frac{800732}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{11}}+\left[\frac{638764}{850353}+0{,}7\left(\frac{850353-638764}{850353}.\frac{785487}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{12}}+\left[\frac{611483}{850353}+\right.$$
$$\left.0{,}7\left(\frac{850353-611483}{850353}.\frac{768949}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{13}}+\left[\frac{582592}{850353}+0{,}7\left(\frac{850353-582592}{850353}.\frac{751043}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{14}}+\left[\frac{552143}{850353}+\right.$$
$$\left.0{,}7\left(\frac{850353-552143}{850353}.\frac{731696}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{15}}+\left[\frac{520228}{850353}+0{,}7\left(\frac{850353-520228}{850353}.\frac{710843}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{16}}+\left[\frac{486977}{850353}+\right.$$
$$\left.0{,}7\left(\frac{850353-486977}{850353}.\frac{688429}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{17}}+\left[\frac{452570}{850353}+0{,}7\left(\frac{850353-452570}{850353}.\frac{664411}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{18}}+\left[\frac{417231}{850353}+\right.$$
$$\left.0{,}7\left(\frac{850353-417231}{850353}.\frac{638764}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{19}}+\left[\frac{381239}{850353}+0{,}7\left(\frac{850353-381239}{850353}.\frac{611483}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{20}}+\left[\frac{344921}{850353}+\right.$$
$$\left.0{,}7\left(\frac{850353-344921}{850353}.\frac{582592}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{21}}+\left[\frac{308653}{850353}+0{,}7\left(\frac{850353-308653}{850353}.\frac{552143}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{22}}+\left[\frac{272848}{850353}+\right.$$
$$\left.0{,}7\left(\frac{850353-272848}{850353}.\frac{520228}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{23}}+\left[\frac{237951}{850353}+0{,}7\left(\frac{850353-237951}{850353}.\frac{486977}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{24}}+\left[\frac{204418}{850353}+\right.$$
$$\left.0{,}7\left(\frac{850353-204418}{850353}.\frac{452570}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{25}}+\left[\frac{172701}{850353}+0{,}7\left(\frac{850353-172701}{850353}.\frac{417231}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{26}}+\left[\frac{143223}{850353}+\right.$$
$$\left.0{,}7\left(\frac{850353-143223}{850353}.\frac{381239}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{27}}+\left[\frac{116354}{850353}+0{,}7\left(\frac{850353-116354}{850353}.\frac{344921}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{28}}+\left[\frac{92389}{850353}+\right.$$
$$\left.0{,}7\left(\frac{850353-92389}{850353}.\frac{308653}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{29}}+\left[\frac{71519}{850353}+0{,}7\left(\frac{850353-71519}{850353}.\frac{272848}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{30}}+\left[\frac{53824}{850353}+\right.$$
$$\left.0{,}7\left(\frac{850353-53824}{850353}.\frac{237951}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{31}}+\left[\frac{39258}{850353}+0{,}7\left(\frac{850353-39258}{850353}.\frac{204418}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{32}}+\left[\frac{27654}{850353}+\right.$$
$$\left.0{,}7\left(\frac{850353-27654}{850353}.\frac{172701}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{33}}+\left[\frac{18743}{850353}+0{,}7\left(\frac{850353-18743}{850353}.\frac{143223}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{34}}+\left[\frac{12170}{850353}+\right.$$
$$\left.0{,}7\left(\frac{850353-12170}{850353}.\frac{116354}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{35}}+\left[\frac{7534}{850353}+0{,}7\left(\frac{850353-7534}{850353}.\frac{92389}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{36}}+\left[\frac{4424}{850353}+0{,}7\left(\frac{850353-4424}{850353}.\frac{71519}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{37}}+$$
$$\left[\frac{2450}{850353}+0{,}7\left(\frac{850353-2450}{850353}.\frac{53824}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{38}}+\left[\frac{1271}{850353}+0{,}7\left(\frac{850353-1271}{850353}.\frac{39258}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{39}}+\left[\frac{613}{850353}+\right.$$
$$\left.0{,}7\left(\frac{850353-613}{850353}.\frac{27654}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{40}}+\left[\frac{273}{850353}+0{,}7\left(\frac{850353-273}{850353}.\frac{18743}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{41}}+\left[\frac{111}{850353}+0{,}7\left(\frac{850353-111}{850353}.\frac{1270}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{42}}+$$
$$\left[\frac{41}{850353}+0{,}7\left(\frac{850353-41}{850353}.\frac{7534}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{43}}+\left[\frac{13}{850353}+0{,}7\left(\frac{850353-13}{850353}.\frac{4424}{904603}\right)\right]\frac{1}{1{,}015^{44}}$$

$$= 0{,}98139142753025 + 0{,}96264503971 + 0{,}94371426109882 + 0{,}92454797165152 + 0{,}90508943268941 + 0{,}88527628855323 + 0{,}84430954797167 + 0{,}8300290766590 + 0{,}80103696183405 + 0{,}77832317496150 + 0{,}75477044128913 + 0{,}73028623115202 + 0{,}70478144763027 + 0{,}67817106186754 + 0{,}6508216959032 + 0{,}62135685797233 + 0{,}59106179104497 + 0{,}55949248197773 + 0{,}52668488280622 + 0{,}49272221057472 + 0{,}45774279162918 + 0{,}42194605741851 + 0{,}38559639399816 + 0{,}34902250332562 + 0{,}31261017648308 + 0{,}27679297184261 + 0{,}24203187020547 + 0\ {,}20876531310856 + 0{,}17752306783552 + 0{,}14860928164134 + 0{,}12236460095491 + 0{,}099000395747 + 0{,}07861828321822 + 0{,}07529244763802 + 0{,}04664271261772 + 0{,}03473499791228 + 0{,}02522222476354 + 0{,}01780870345600 + 0{,}01218547304550 + 0{,}00804902585771 + 0{,}00510833416585 + 0{,}00309871762946 + 0{,}00178598486587$$

$$= 22{,}1046477967565$$

$$VAPR = 100000 \times 22{,}1046477967565$$

$$= 2210464{,}77967565 FC$$

$$R = \frac{400000}{22{,}1046477967565}$$
$$= 18095{,}7418402610FC$$

5.10 MECANISATION DE L'ABSTRACTION

Introduction

Dans cette partie, il est question de faire l'étude des unités d'entrée, des unités de traitements (calculs) et des unités de sortie pour aboutir à l'incontournable qui est l'algorithme.

Connaissance Du Problème

En première approximation, nous pouvons dire que l'ordinateur est destiné à nous remplacer, à faire à notre place (plus rapidement et probablement avec moins d'erreurs), un travail nécessaire à la résolution des problèmes auxquels nous doit faire face.la connaissance du problème est préalable à l'activité de résolution d'un problème, c'est-à-dire bien définir ce qu'est le problème posé, c'est en quoi il consiste exactement. Car un problème bien posé doit mentionner l'objectif à atteindre. Dans le cas de notre travail, la connaissance du problème consistera à :

- Calculer le taux de conversion (a_x), qui engendrera l'utilisation de la table de mortalité PF 60-64.
- Calculer le montant de la rente viagère à partir du capital constitué et du taux de conversion calculé ci-dessus.
- Calculer la valeur actuelle probable d'une rente à partir d'une rente annuelle.

Action Abstraite

L'action abstraite est une identification des objets qui conduisent à l'action primitive. En d'autres termes, l'action abstraite est une énumération des objets (variables) dans la résolution du problème donné. Pour concrétiser la définition, on a :

- X : l'âge de l'assuré principal ;
- Y : l'âge du bénéficiaire ;
- i : le taux technique annuel ;
- TR : le taux de réversion ;
- Ra : le montant de la rente ;
- R1 : la rente viagère annuelle sur une tête ;
- R2 : la rente viagère annuelle sur deux têtes ;
- C : le capital constitué ;
- VAPR1 : la valeur actuelle probable d'une rente sur une tête ;
- VAPR2 : la valeur actuelle probable d'une rente sur deux têtes.

Action Primitive

L'action primitive est une énumération des activités du processeur pour la résolution d'un problème donné. Dans cet ordre d'idées, notre action primitive consistera à :

- Calculer $\boldsymbol{R_1 = C.\frac{1}{a_x}}$
- Calculer $\mathbf{VAPR} = \sum_{\mathbf{k=1}}^{\mathbf{w-x}} \frac{\mathbf{l_{x+k}}}{\mathbf{l_x}} \times \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{(1+i)^k}} \times \boldsymbol{R_a}$
- Calculer $\boldsymbol{R_2 = C.\frac{1}{a_{xy}}}$
- Calculer $\boldsymbol{VAPR = \sum_{k=1}^{w-x} \frac{l_{x+k}}{l_x} + TR \times (\frac{l_x - l_{x+k}}{l_x} \times \frac{l_{y+k}}{l_y}) \times \frac{1}{(1+i)^k} \times R_a}$

Nous donnerons dans cette partie, les différentes étapes pour arriver aux résultats finaux. Celles-ci constituent l'action intermédiaire.

Action Intermédiaire

Voici les étapes :

- vérifier si X$< W$
- calculer P= $\sum_{k=1}^{w-x} \frac{l_{x+k}}{l_x} \times \frac{1}{(1+i)^k}$
- calculer $h = \sum_{k=1}^{w-x} \frac{l_{x+k}}{l_x} + \boldsymbol{TR} \times (\frac{l_x - l_{x+k}}{l_x} \times \frac{l_{y+k}}{l_y}) \times \frac{1}{(1+i)^k}$

L'action abstraite et l'action primitive conduisent au langage de spécification.

Langage De Spécification

Nous distinguons deux langages de spécification :

- La spécification fonctionnelle
- La spécification logique

a) La Spécification Fonctionnelle

Est une étude des objets manipulés. C'est-à-dire les données en entrée, de traitement et à la sortie. Notre spécification fonctionnelle consiste à :

1) « Calculer le montant de la rente viagère »

- Liste des objets en entrée : X, C, Y, i, TR.
- Lecture du domaine des valeurs à l'entrée :

sX, Y$\in \mathbb{N}\ et\ i, C, TR \in \mathbb{R}$

- Précondition : X$< W$
- Affichage du domaine à la sortie : $R1, R2 \in \mathbb{R}$
- Post-conditions : $R1 > 0, R2 > 0$

2) « Calculer le montant de la valeur actuelle probable d'une rente »

- Liste des objets en entrée : X, Ra, Y, i, TR.
- Lecture du domaine des valeurs à l'entrée :

X, Y$\in \mathbb{N}\ et\ i, Ra, TR \in \mathbb{R}$

- Précondition : X$< W$
- Affichage du domaine à la sortie : $VAPR1, VAPR2 \in \mathbb{R}$
- Post-conditions : $VAPR1 > 0, VAPR2 > 0$

b) La Spécification Logique

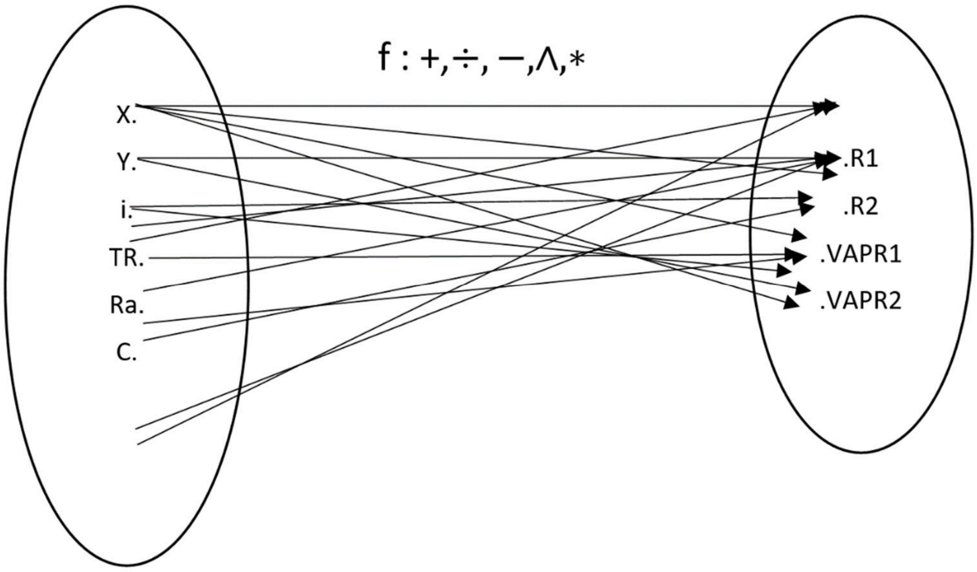
C'est l'étude informatique qui repose essentiellement sur la spécification fonctionnelle. Ses étapes sont les suivantes :

- Ensemble source : X, Y, i, C, Ra, TR.

X et Y sont non signés

i, C, Ra, TR sont signés

- Ensemble image : R1, R2, VAPR1, VAPR2$\in \mathbb{R}$
- Le graphe de la relation



Raisonnement informatique

- Variables
  - K, X, Y : entiers
  - C, Ra, i, P, h, TR, R1, R2, VAPR1, VAPR2 : réels
  - Tab : Tableau [PF 60-64] : entier
- Traitement
  - vérifier si X$< W$
  - calculer P$\longleftarrow P + (Tab[X+k]/Tab[X] * (1/(1+i) \wedge k)$
  - calculer h$\longleftarrow h + ((Tab[X+k]/Tab[X]) * TR * ((1 - Tab[X+k]/Tab[X]) * Tab[Y+\ k]/Tab[Y]))) * (1/(1+i) \wedge k)$
  - calculer VAPR1$\longleftarrow Ra * P$
  - calculer VAPR2$\longleftarrow Ra * h$
  - calculer R1$\longleftarrow C/P$
  - calculer R2$\longleftarrow C/h$
- Affichage
  - Afficher ''VAPR1''
  - Afficher ''VAPR2''
  - Afficher ''R1''
  - Afficher ''R2''

Algorithme

Un algorithme est une méthode systématique pour résoudre un problème donné c'est-à-dire la description d'un procédé composé de succession d'opérations élémentaires.

Voici notre algorithme :

Algorithme_rente_viagere

Variables : k, X, Y : entiers

C, Ra, i, TR, R1, R2, VAPR1, VAPR2 : réels

Tab : Tableau [PF 60-64] : entier

Début

Lire C

Lire Ra

Lire X

Lire Y

Lire i

Lire TR

h⟵ 0

P⟵ 0

k⟵ 0

Tant que k<= $(w - X)$ faire

P⟵ $P + (Tab[X + k]/Tab[X] * (1/(1 + i) \wedge k)$

h⟵ $h + ((Tab[X + k]/Tab[X]) * TR * ((1 - Tab[X + k]/Tab[X]) * Tab[Y + k]/Tab[Y]))) * (1/(1 + i) \wedge k)$

$k = k + 1$

Fin tant que

VAPR1⟵ $Ra * P$

VAPR2⟵ $Ra * h$

R1⟵ $C * P$

R2⟵ $C * h$

Afficher ‘’VAPR1’’

Afficher ‘’VAPR2’’

Afficher ‘’R1’’

Afficher ‘’R2’’

Fin

5.11 RESULTAT

Notre choix a porté sur le langage de programmation python précisément sa version ANACONDA PYTHON3, qui nous a permis d’élaborer systémiquement et de structurer notre programme.

Python est un langage de programmation interprété, multi-paradigme et multiplateformes conçu par GUIDO VAN ROSSUM en 1990. Il favorise la programmation impérative structurée, fonctionnelle et orientée objet.

Python est un langage multiplateforme, c'est-à-dire disponible sur plusieurs architectures (compatible PC, certains smartphones, etc.) et systèmes d'exploitation (Windows, Linux, Mac, Androïde pour smartphones...). C'est un des langages informatiques les plus populaires avec C, C++, C#, Objective-C, Java, PHP, JavaScript, Delphi, Visual Basic, Ruby et Perl. Python est un langage qui peut s'utiliser dans de nombreux contextes et s'adapter à tout type d'utilisation grâce à des bibliothèques spécialisées. (SWINNEN G. 2010)

Avec Python on peut faire :

- Des calculs scientifiques (librairie numpy)
- des graphiques (librairie matplotlib)
- du traitement du son
- du traitement d'image (librairie PIL)
- des applications avec interface graphique GUI (librairies Tkinter, PyQt, wxPython, PyGTK ...)

- des jeux vidéo en temps réel (librairie Pygame)
- des applications Web (serveur Web Zope ; framework Web Django, Karrigell ; framework JavaScript Pyjamas)
- interfacer des systèmes de gestion de base de données (librairie MySQLdb ...)
- des applications réseau (framework Twisted)
- communiquer avec des ports série RS232, Bluetooth... (librairie PySerial)
- ……

Nous allons utiliser les librairies numpy (numerical python) pour manipuler les tableaux et la librairie Tkinter pour concevoir des interfaces graphiques.

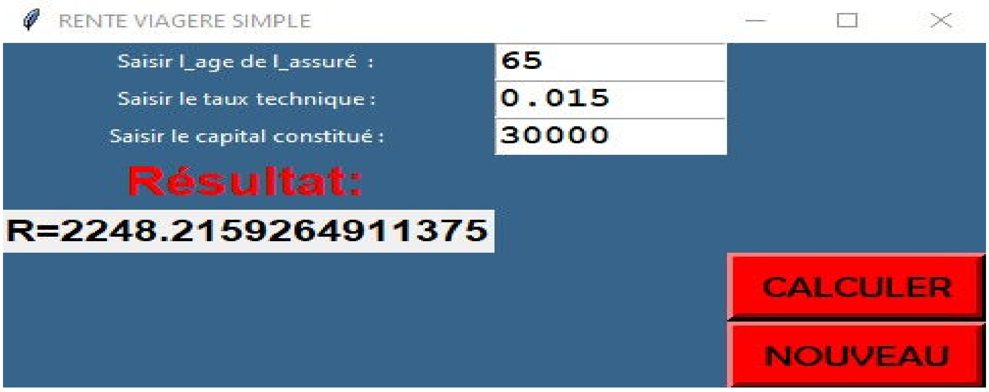
Quelques Jeux d'essai

Probleme 1

Monsieur SANGO, veuf, âgé de 65 ans, veut obtenir à la fin de chaque année une rente viagère de 2500 $ au taux technique de 1,50%.

- Evaluer la valeur actuelle probable de cette rente.
- Déterminer le montant de la rente viagère si son épargne (capital constitué) est de 30000$.

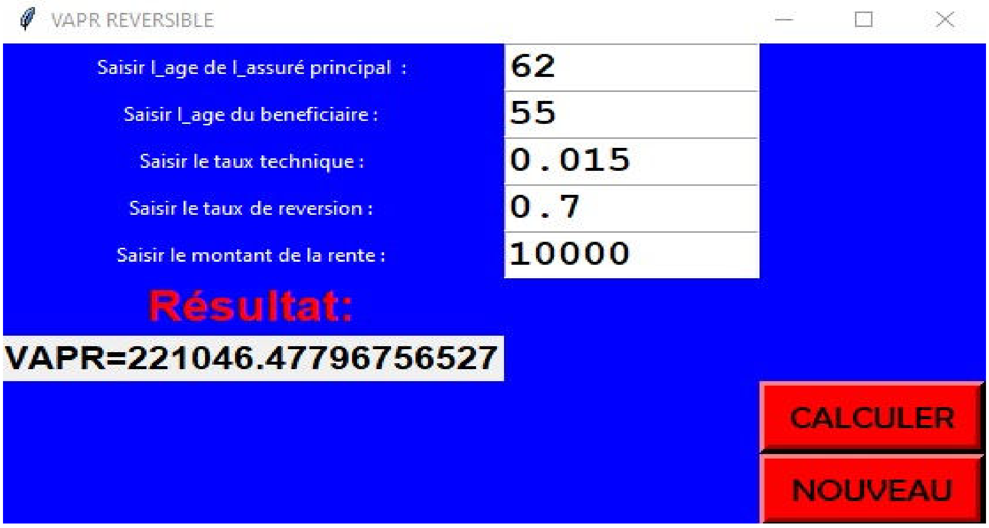
Solutions

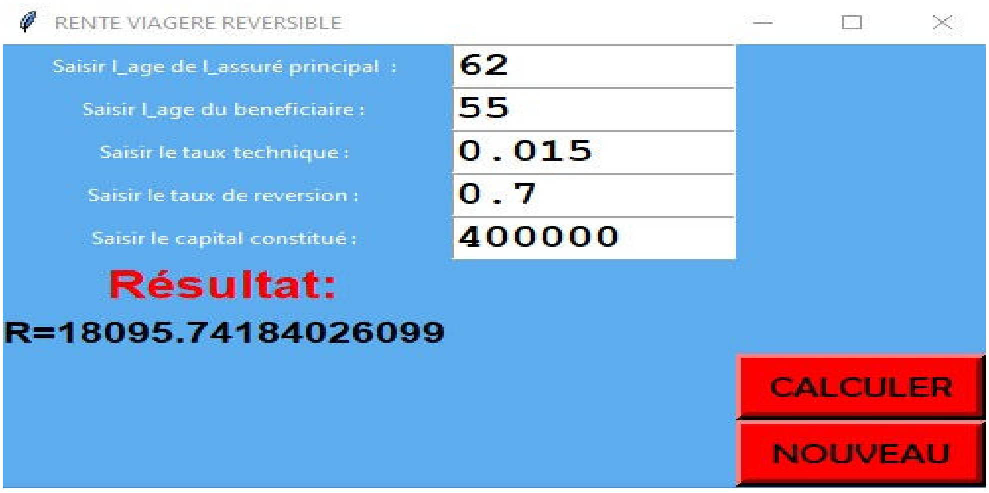


Problème 2

- Calculer la valeur actuelle probable d'une rente viagère de 100000Fc par an au taux technique de 1,50% ; pour Monsieur MASUDI de 62 ans sachant qu'il a également désigné en bénéficiaire ; sa femme MWADI âgée de 55 ans dont le taux de réversion est de 70%
- Quel en sera réciproquement le montant d'une rente viagère annuelle sachant que le capital constitué est de 400000Fc ?

Solutions





6 DISCUSSION

Il est à noter que dans le but d'assurer la retraite des employés, différentes sociétés et entreprises font appel aux notions de la rente viagère.

Comme les calculs manuels posent problème, l'usage d'une application informatique est indispensable pour supprimer la fatigue et d'écarter les erreurs. A cet effet, nous avons choisi le langage de programmation Python3(Anaconda), un langage de programmation orienté objet pour résoudre ce problème. Nous avons également utilisé la technique documentaire ainsi que des méthodes analytiques.

La solution que nous proposons est d'usage dans le temps, mais pourra susciter une mise à jour de la table de mortalité et une certaine lucidité pour les autres chercheurs.

7 CONCLUSION

En guise de conclusion, il sied de constater que toute recherche scientifique doit apporter une innovation et une solution à un problème donné.

Etant arrivé à la fin du présent travail, il convient de rappeler que notre travail s'intitule « Informatisation des calculs de la rente viagère avec et sans réversion ». Pour orienter la recherche, notre réflexion s'est reposée sur la question de savoir s'il était possible de calculer le montant d'une rente viagère en utilisant la technologie nouvelle.

Les calculs informatisés permettent à l'utilisateur sur un ordinateur de déterminer le montant d'une rente viagère dans quelques secondes (environ 10 secondes), de supprimer ainsi la fatigue et d'écarter les erreurs

Pour rendre cette informatisation possible, nous nous sommes servi du langage de programmation Python3 (Anaconda) et avons établi une application informatique effectuant ces calculs.

Cependant, « Il n'y a pas des roses sans épines » dit-on. Nous n'avons pas été épargné des difficultés sur notre parcours dans l'élaboration de cette œuvre ; la plus grande difficulté rencontrée est celle relative d'une part à la disponibilité de la documentation dans les bibliothèques de la place et d'autre part à l'opacité manifestée par la caisse nationale de sécurité sociale (CNSS) lors de notre recherche des données concrètes.

REFERENCES

[1] CHARLES SUQUET, cours Assurances et probabilités, U.S.T.L. Lille, édition 2007
[2] DEOGRATIAS LUKINSHA, cours de probabilités L1 M.I, ISP/l'shi, édition 2019, (inédit)
[3] JULIAN TUGAUT, probabilité télécom, édition 2014
[4] JULIEN GUILLOD, cours de programmation Python pour les mathématiques, université de Sorbonne, édition 2020
[5] M.G. BULMER, principles of statistics, New York 1970
[6] MOISE SUMBA, Mémoire : Informatisation des calculs de la rente viagère avec et sans réversion, ISP/l'shi 2021
[7] STEPHANE LAM, cours de langage de programmation Python (Anaconda) L2 M.I, ISP /l'shi, édition 2021, (inédit)
[8] TONY NSATO, cours de logique de conception des programme (L.C.P), G2 M.I, ISP/l'shi, édition 2018, (inédit)