

## Etude de la résistance thermique du transfert de chaleur d'un mur simple à travers un matériau isolant filasse-plâtre en régime dynamique transitoire : influence du coefficient d'échange thermique

### [ Study of the thermal resistance transfer thermal of heat from a single wall through a Tow-plaster insulating material in transient dynamic regime : influence coefficient of thermal exchange ]

*Seydou Faye, Séni Tamba, Youssou Traore, Dame Diao, Pape Touty Traore, Ibrahima Diatta, and Gregoire Sissoko*

Laboratory of Semiconductors and Solar Energy, Physics Department, Faculty of Science and Technology, University Cheikh Anta Diop, Dakar, Senegal

---

Copyright © 2018 ISSR Journals. This is an open access article distributed under the *Creative Commons Attribution License*, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

**ABSTRACT:** The study of heat transfer under dynamic transient conditions established the tow-plaster material thermal resistance. We present a one-dimensional heat transfer study using a Tow-plaster material. We show the thermal resistance evolution of in the material subjected to climatic solicitation in transient dynamic regime. This is a one-dimensional, fully analytical modeling. This model allows us, on the one hand, to express the thermal resistance in the form of a sum of three resistances and thus to show the tow-plaster material relative thermal resistance. This study is highlighting in relation to the thermal behavior of the material by showing the influence of the coefficients of exchange.

**KEYWORDS:** Transient regime, thermal resistance, tow-plaster.

**RESUME:** L'étude du transfert de chaleur en régime dynamique de transitoire établi a permis de définir la résistance thermique du matériau filasse-plâtre.

Nous présentons une étude de transfert de chaleur unidimensionnelle à travers un matériau de filasse-plâtre. Nous montrons l'évolution de la résistance thermique dans le matériau soumis à des sollicitations climatiques en régime dynamique transitoire. Il s'agit d'une modélisation unidimensionnelle entièrement analytique. Ce modèle nous permet d'une part, d'exprimer la résistance thermique sous la forme d'une somme de trois résistances et de mettre ainsi en évidence la résistance thermique relative du matériau filasse-plâtre. Cette étude est mise en évidence par rapport au comportement thermique du matériau en montrant les influences des coefficients d'échanges.

**MOTS-CLEFS:** Régime dynamique transitoire, résistance thermique, filasse-plâtre.

## 1 INTRODUCTION

La filasse, produit naturel biodégradable est utilisée comme isolant thermique en association avec le plâtre comme liant. Plusieurs méthodes en régime statique [1,2] et en dynamique transitoire [3] ou fréquentiel établi [4] sont proposées.

L'isolation thermique [5,6] joue un rôle important dans les applications thermiques et la production de froid. Nous proposons une méthode analytique de résolution de l'équation de la chaleur en imposant des coefficients d'échange thermique

[7,8] variables aux niveaux des deux faces pour déterminer la résistance thermique [9,10] du matériau filasse-plâtre. Nous mettons en exergue la qualité de l'isolant thermique [11,12] filasse-plâtre.

## 2 MODÈLE D'ÉTUDE

### 2.1 DISPOSITIF D'ÉTUDE

Dans notre étude nous avons un mur simple d'une épaisseur de 5cm. Ce mur est un matériau composé d'un mélange de filasse-plâtre. Les milieux ambiants extérieurs ont une température de  $T_a = 30^{\circ}C$  et la température initiale du matériau  $T_i = 10^{\circ}C$ . La diffusivité thermique moyenne est  $\alpha = 2,07 \cdot 10^{-7} m^2 \cdot s^{-1}$  et la conductivité thermique est  $\lambda = 0.15 W \cdot m^{-1} \cdot ^{\circ}C^{-1}$  [5,13] d'un matériau filasse-plâtre fabriqué au laboratoire<sup>1</sup>.

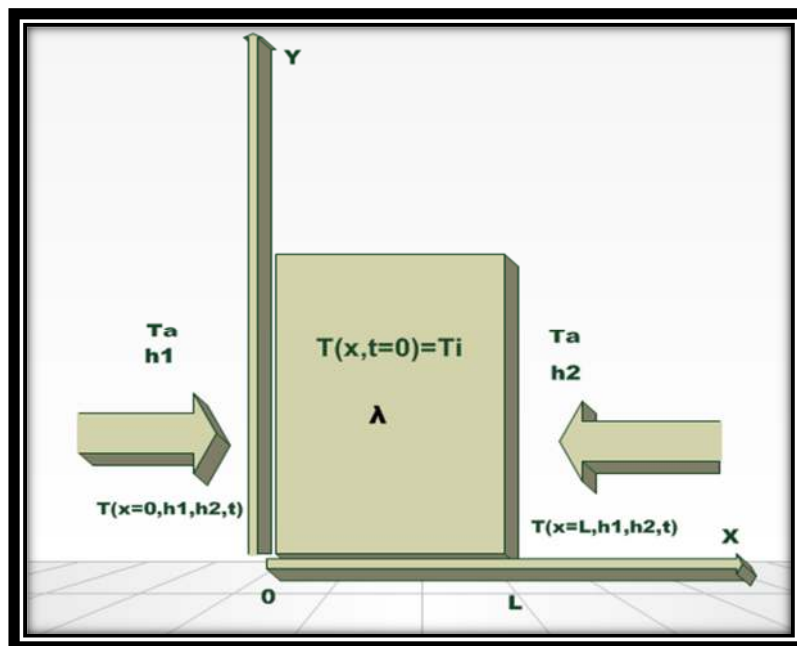


Figure 1: Echantillon à étudier constituée de l'isolant thermique filasse-plâtre  $L = 0.05m$ ,  $T_a = 30^{\circ}C$  et  $T_i = 10^{\circ}C$ .

L: Longueur du mur (m)

$h_1$  : est le coefficient d'échange thermique à la face avant.

$h_2$  : est le coefficient d'échange thermique à la face arrière.

$T_a$  : La température ambiante du matériau

$T_i$  : La température initiale du matériau

Le matériau filasse-plâtre est supposé à une température initiale  $T(x, h_1, h_2, t = 0) = T_i = 10^{\circ}C$

L'introduction de la Résistance thermique  $R_{th}$  a permis de caractériser de manière succincte le transfert thermique à partir d'une analogie électrique thermique.

La résistance thermique exprime sa résistance au passage d'un flux de conduction thermique.

La résistance thermique  $R_{th}$  est donnée par l'expression suivante [14] :

$$R_{th} = \frac{1}{S} \left[ \frac{1}{h_1} + \frac{L}{\lambda} + \frac{1}{h_2} \right] \quad (IV.3)$$

Avec

$$R_{cv1} = \frac{1}{h_1 S} : \text{La résistance thermique d'un mur plan à la face avant.}$$

$R_{cd} = \frac{L}{\lambda S}$  : apparaît comme la résistance thermique d'un mur plan d'épaisseur L, de conductivité thermique  $\lambda$  et de surface latérale S.

$$R_{cv2} = \frac{1}{h_2 S} : \text{La résistance thermique d'un mur plan à la face arrière.}$$

La surface  $S=1m^2$  ;

$R_{th} = \left[ \frac{1}{h_1} + \frac{L}{\lambda} + \frac{1}{h_2} \right]$  : L'expression de la résistance thermique d'un mur soumis à des sollicitations climatiques extérieures en régime permanent.

$$R_{th} = R_{cv1} + R_{cd} + R_{cv2}$$

## 2.2 THÉORIE

Nous avons une équation de la chaleur à une dimension

$$\frac{\partial^2 T(x, h_1, h_2, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(x, h_1, h_2, t)}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho.c} \quad (2)$$

$\alpha$  : est le coefficient de diffusivité thermique ( $m^2.s^{-1}$ )

$\lambda$  : est la conductivité thermique ( $W.m^{-2}.^{\circ}C^{-1}$ )

$\rho$  : est la masse volumique du matériau ( $Kg.m^{-3}$ )

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda \frac{\partial T(x, h_1, h_2, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = h_1 [T(0, h_1, h_2, t) - T_a] \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda \frac{\partial T(x, h_1, h_2, t)}{\partial x} \Big|_{x=L} = -h_2 [T(L, h_1, h_2, t) - T_a] \end{array} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T(x, h_1, h_2, t=0) = T_i \end{array} \right. \quad (5)$$

En posant :

$$\theta(u, \tau) = \frac{T(x, h_1, h_2, t) - T_a}{T(x, h_1, h_2, t=0) - T_a} = \frac{T(x, h_1, h_2, t) - T_a}{T_i - T_a} \quad (6)$$

Après la résolution de l'équation en tenant compte des conditions aux limites nous obtenons la température réduite.

$$\theta(u, \tau) = \sum_n [a_n \cos(\beta_n u) + b_n \sin(\beta_n u)] \cdot H(0) \cdot e^{-\frac{\tau}{\tau_d}} \quad (7)$$

L'expression finale de la température est donnée par la relation

$$T(x, h_1, h_2, t) = T_a + (T_i - T_a) \cdot \delta\theta_0 \cdot \sum_n a_n^2 \cdot \left[ \cos\left(\frac{x}{L} \cdot \beta_n\right) + \frac{h_1 \cdot L}{\lambda \cdot \beta_n} \sin\left(\frac{x}{L} \cdot \beta_n\right) \right] \cdot [H_{1n}(0) + H_{2n}(0)] \cdot e^{-\frac{\alpha \cdot t}{L^2} [\beta_n^2]} \quad (8)$$

Nous utilisons la condition de normalisation pour trouver la constante  $a_n$  :

$$\int_0^1 U(u)^2 du = 1 \quad (9)$$

$$H(0) = \int_0^1 U(u) \cdot \theta(u, 0) du \quad (10)$$

$$\text{Avec : } U(u) = a_n \cos(\beta_n u) + b_n \sin(\beta_n u) \quad (11)$$

$$H(0) = [H_{1n}(0) + H_{2n}(0)] \quad (12)$$

L'expression de la densité de Flux de chaleur est donnée par la formule suivante

$$\Phi(x, h_1, h_2, t) = -\lambda \frac{\partial T(x, h_1, h_2, t)}{\partial x} \quad (13)$$

L'expression de la densité de flux de chaleur est donnée par :

$$\Phi(x, h_1, h_2, t) = \lambda \cdot (T_i - T_a) \cdot \delta\theta_0 \cdot \sum_n a_n^2 \cdot \left[ \frac{\beta_n}{L} \sin\left(\frac{x}{L} \cdot \beta_n\right) - \frac{h_1}{\lambda} \cos\left(\frac{x}{L} \cdot \beta_n\right) \right] \cdot [H_{1n}(0) + H_{2n}(0)] \cdot e^{-\frac{\alpha \cdot t}{L^2} [\beta_n^2]} \quad (14)$$

Nous obtenons l'expression de la variation de température :

$$\Delta T(x, h_1, h_2, t) = T(0, h_1, h_2, t) - T(x, h_1, h_2, t) \quad (15)$$

En appliquant la différence de température nous obtenons l'expression (16).

$$T(0, h_1, h_2, t) - T(x, h_1, h_2, t) = (T_i - T_a) \cdot \delta\theta_0 \cdot \sum_n a_n^2 \cdot [H_{1n}(0) + H_{2n}(0)] \cdot e^{-\frac{\alpha \cdot t}{L^2} [\beta_n^2]} \cdot \left\{ 1 - \left[ \cos\left(\frac{x}{L} \cdot \beta_n\right) + \frac{h_1 \cdot L}{\lambda \cdot \beta_n} \sin\left(\frac{x}{L} \cdot \beta_n\right) \right] \right\} \quad (16)$$

La résistance thermique exprime sa résistance au passage d'un flux de conduction thermique ( $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$ ).

Plus la résistance thermique est grande, plus le matériau est isolant. La résistance thermique dépend de l'épaisseur et de la conductivité thermique.

La Résistance thermique qui est le rapport entre la variation de la température et la densité de flux de chaleur, est donnée par l'expression 17. [15,16,17]

$$R_{th}(x, h_1, h_2, t) = \frac{\Delta T(x, h_1, h_2, t)}{\Phi(x, h_1, h_2, t)} \quad (17)$$

$\Delta T(x, h_1, h_2, t)$  étant l'écart de température entre les deux faces du matériau.

$\Phi(x, h_1, h_2, t)$  le flux de chaleur qui traverse le matériau filasse-plâtre.

Donc par l'analogie électrique thermique nous obtenons l'expression de la Résistance thermique en fonction des différents paramètres thermo-physique.

$$R_{th}(x, h_1, h_2, t) = \frac{1 - \left[ \cos\left(\frac{x}{L} \cdot \beta_n\right) + \frac{h_1 \cdot L}{\lambda \cdot \beta_n} \sin\left(\frac{x}{L} \cdot \beta_n\right) \right]}{\left[ -\frac{\lambda \beta_n}{L} \sin\left(\frac{x}{L} \cdot \beta_n\right) + h_1 \cos\left(\frac{x}{L} \cdot \beta_n\right) \right]} \quad (18)$$

Cette expression nous permet de tracer les courbes de la résistance thermique en fonction des différents paramètres thermophysiques.

### 3 RÉSULTATS

#### 3.1 ECOULEMENT DE LA CHALEUR À TRAVERS LE MATÉRIAU

Nous allons tracer l'évolution de la température en fonction en fonction des différents paramètres :

- L'évolution de la Résistance thermique en fonction de la profondeur sous l'influence du coefficient d'échange a la face avant.
- L'évolution de la Résistance thermique en fonction de la profondeur sous l'influence du coefficient d'échange a la face arrière.
- L'évolution de la Résistance thermique en fonction du coefficient d'échange a la face avant sous l'influence de la profondeur.

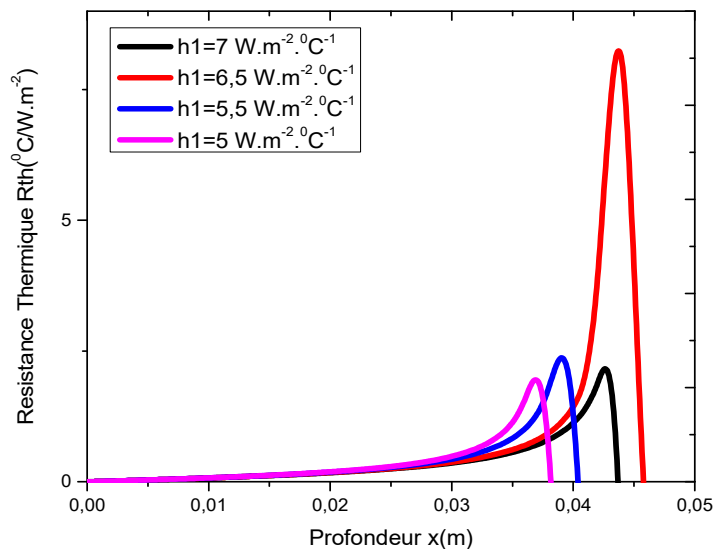


Figure 1 : Evolution de la Résistance thermique en fonction de la profondeur sous l'influence du coefficient d'échange a la face avant avec  $h_2 = 0.005 \text{ W.m}^{-2} \cdot \text{°C}^{-1}$  et  $t = 100 \text{ s}$ .

Dans ce profil nous avons tracé la résistance thermique en fonction de la profondeur pour différentes valeurs du coefficient d'échange à la face avant. Nous constatons pour les faibles valeurs de la profondeur, la résistance thermique s'annule jusqu'à un certains valeur. La résistance thermique commence à augmenter à partir de  $x = 0.03 \text{ m}$ . Au fur et à mesure qu'on s'approche les grandes valeurs de la profondeur, la résistance thermique augmente progressivement jusqu'à atteindre un maximum c'est-à-dire le gradient positif ( $dR_{th}/dx > 0$ ). Cette augmentation signifie l'emmagasinement de la chaleur à l'intérieur du matériau filasse-plâtre. Ce maximum correspond au gradient nul ( $dR_{th}/dx = 0$ ) c'est-à-dire le stockage de la chaleur. Et enfin nous remarquons une diminution de la résistance thermique correspond au gradient négatif ( $dR_{th}/dx < 0$ ). Cette diminution correspond à la dissipation de la chaleur dans le matériau filasse-plâtre. L'augmentation de la résistance thermique traduit une

perte de plus en importante dans le matériau correspondant ainsi à une caractéristique favorable de l'isolant thermique [12]. A partir de l'allure de chaque courbe de ces deux figures, on constate qu'après le maximum de la résistance thermique. Après elle commence à diminuer brutalement.

Tableau 1 : Valeurs de la profondeur pour chaque maximum

$h_1 (W.m^{-2}.C^{-1})$	7	6.5	6	5
$x(m)$	0.045	0.045	0.04	0.037

Nous remarquons lorsque la profondeur augmente le maximum se déplace.

Nous allons tracer la résistance thermique relative en fonction de la profondeur sous l'influence du coefficient d'échange à la face avant pour voir le déplacement en profondeur.

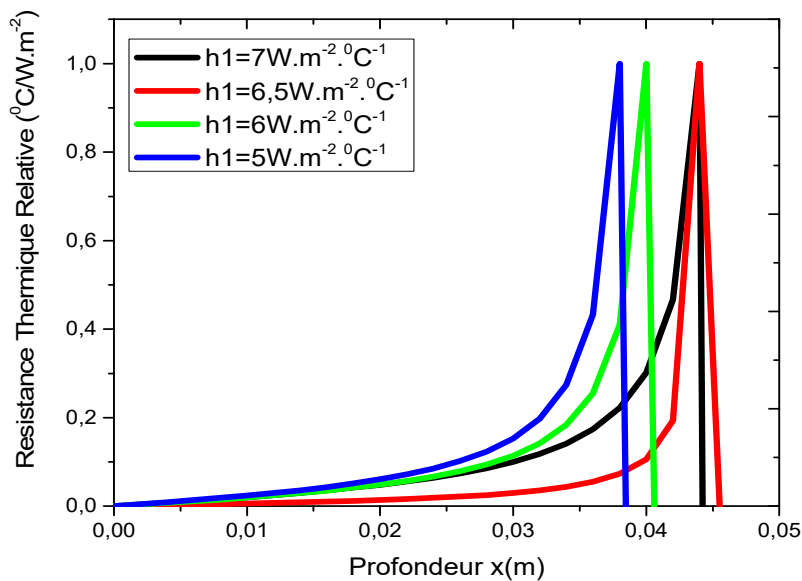


Figure 2: Evolution de la Résistance thermique Relative en fonction de la profondeur sous l'influence du coefficient d'échange à la face avant,  $h_2=0.05W.m^{-2}.C^{-1}$  et  $t=100s$

Nous remarquons pour  $R_{th}$  égale à l'unité, la résistance thermique relative se déplace en profondeur ce qui correspond à la dissipation de la chaleur thermique à l'intérieur du matériau

Tableau 2 : Valeurs de la profondeur pour chaque maximum

$h_1 (W.m^{-2}.C^{-1})$	7	6.5	6	5
$x(m)$	0.045	0.045	0.04	0.037

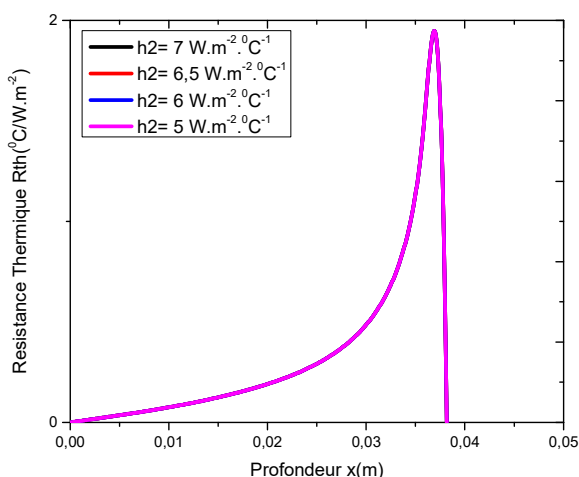


Figure 3: Evolution de la Résistance thermique en fonction de la profondeur sous l'influence du coefficient d'échange à la face arrière. ,  $h_1=7W.m^{-2}.^{\circ}C^{-1}$  et  $t=100s$

Dans ce profil nous avons tracé la résistance thermique en fonction de la profondeur sous l'influence du coefficient d'échange à la face arrière. Nous avons une augmentation progressivement de la résistance thermique pour les faibles valeurs de la profondeur jusqu'à atteindre un maximum de  $R_{th} = 1.9W.m / ^{\circ}C^{-1}$  pour  $x = 0.035m$ . Après nous obtenons une brusque diminution de la résistance thermique.

Sous l'influence du coefficient d'échange à la face arrière, le déplacement en profondeur de la résistance thermique n'est pas visible.

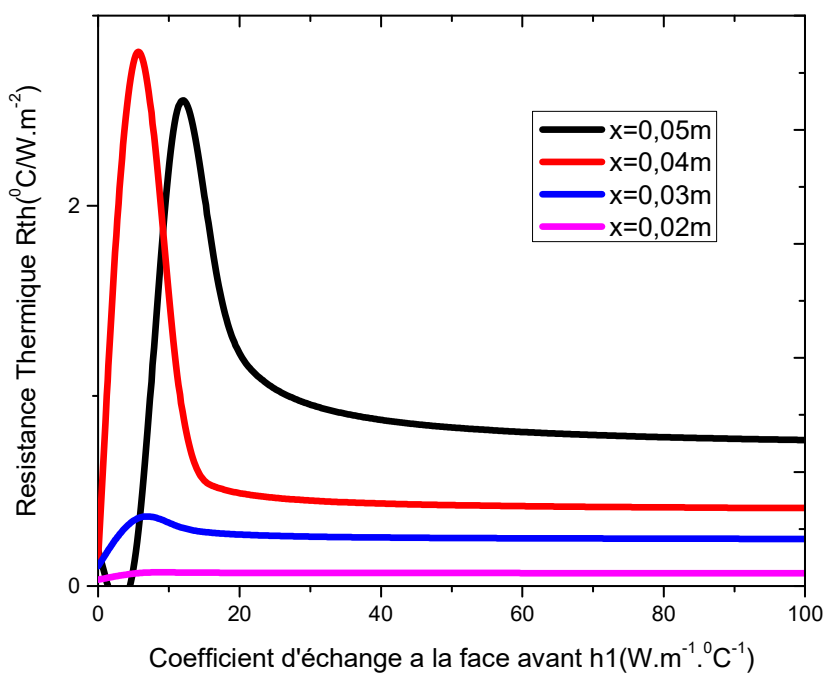


Figure 4 : Evolution de la Résistance thermique en fonction du coefficient d'échange a la face avant sous l'influence de la profondeur, avec  $h_2=0.05W.m^{-2}.^{\circ}C^{-1}$  et  $t=10s$

Dans ce profil nous avons tracé la résistance thermique en fonction du coefficient d'échange à la face avant.

Nous constatons pour les faibles valeurs du coefficient d'échange à la face avant c'est-à-dire pour  $h$  comprise entre 0 et  $10 \text{ W.m}^{-2}.\text{C}^{-1}$ , la résistance thermique augmente brusquement pour un maximum. Ce qui explique que le matériau filasse-plâtre emmagasine toute l'énergie dont il a besoin.

A partir de et  $10 \text{ W.m}^{-2}.\text{C}^{-1}$  elle commence à décroître jusqu'à atteindre une valeur constante. Ce qui montre que le matériau filasse-plâtre restitue l'énergie pour atteindre une valeur minimale.

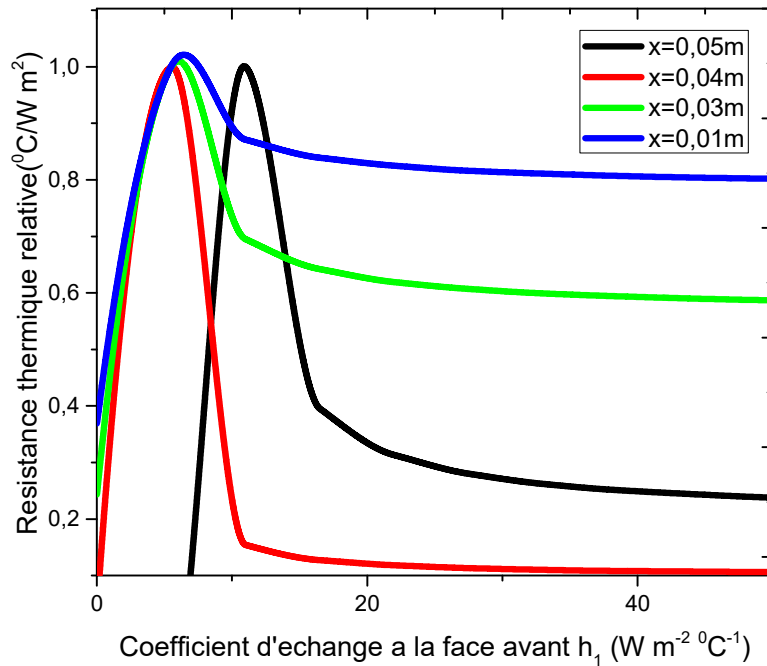


Figure 5 : Evolution de la Résistance thermique Relative en fonction du coefficient d'échange a la face avant sous l'influence de la profondeur, avec  $h_2=0.05 \text{ W.m}^{-2}.\text{C}^{-1}$  et  $t = 10 \text{ s}$

Tableau 3 : Valeurs de la profondeur pour chaque maximum

$x(m)$	0.01	0.03	0.04	0.05
$h_1(\text{W.m}^{-2}.\text{C}^{-1})$	7	7	7	15

Nous remarquons que la profondeur et le coefficient d'échange d'échange à la face avant augmentent en même temps ce qui entraîne le déplacement en profondeur de la résistance thermique. C'est-à-dire il y a restriction de la chaleur dans le matériau.

#### 4 CONCLUSION

Un modèle analytique unidimensionnel a été développé pour apprécier l'influence du coefficient d'échange sur l'évolution de la résistance thermique de conduction d'un matériau filasse-plâtre.

L'étude du transfert thermique en coordonnées cartésiennes à une dimension a été proposée pour la caractérisation du matériau filasse-plâtre. A partir du modèle mathématique, les courbes d'évolution de la résistance thermique du matériau, ont permis de montrer les zones de fréquences très importantes entraînant un transfert de chaleur. Lorsque la profondeur augmente la résistance thermique diminue. Plus ce  $R_{th}$  est grand, moins la paroi laisse facilement s'échapper la chaleur.



## REFERENCES

- [1] Marechal J.C. and Devisme J.M., Metrology thermal insulation materials by measuring the flux in transient regime. Materials and constructions, (translated French), Annales I.T.B.T.P vol.7 n°41, 1974.
- [2] A. Bejan, 1983, The boundary layer regime in a porous layer with uniform heat flux from side, International Journal of Heat Mass Transfer, vol. 26, N° 9, pp. 1339-1346.
- [3] Voumbo, M. L., A. Wareme and G. Sissoko, 2010. Characterization of Local Insulators: Sawdust and Wool of Kapok. Res. J. Appl. Sci. Eng. Technol. 2(2): 138-142.
- [4] Ould Brahim, M.S., I. Diagne, S. Tamba, F. Niang and G. Sissoko, 2011, Characterization of the minimum effective layer of thermal insulation material tow-plaster from the method of thermal impedance. Res. J. Appl. Sci. Eng. Technol., 3(4): 337-343.
- [5] M. L. Voumbo, « Contribution à l'étude des caractéristiques thermophysiques des matériaux locaux: application au kapok », Thèse de Doctorat d'état, FST/UCAD, Février 2008, Sénégal.
- [6] Slimane Melka, Jean-Jacques Bézian « L'isolation thermique par les matériaux granulaires » Rev Gén Therm (1997) 36, 345-353.
- [7] M. Lamsaadi, M. Naimi, and M. Hasnaoui, 2006, Natural convection heat transfert in shallow horizontal rectangular enclosures uniformly heated from the side and filled with non-newtonian power law fluids, Energy conversion and management, vol. 47, N° 15-16, pp 2535-2551.
- [8] Tsirel'Man N.M., August 1973, Determining the convective heat transfer coefficient from the laws of constant-temperature front propagation, J.Eng.Phys.vol.25, No 2,.
- [9] A. Degiovanni et Xiaojing Yin Zhang « Modèle de résistances thermiques de contact entre deux surfaces cylindriques : approche microscopique 3 D » Inf. I. Hear Mass Transfer. Vol. 41, No. 3, pp. 601-612, 1998.
- [10] Najib Laraqi, Jean-Pierre Bardon « L'influence de l'excentration des asperites sur la resistance thermique de construction statique ou glissante » C.R.Acad Sci. Paris, t.326 Serie II b pp 547-552, 1998.
- [11] A. Wereme, L. M. Voumbo, M. Ndiaye, S. Gaye et G. Sissoko, « caracterisation des isolants thermiques cylindriques par phenomene transitoire : application au kapok » Journal des Sciences Volume 6, N°2, 2006.
- [12] M. S. Ould Brahim, S.Tamba, M.Sarr, A. Diène, I. Diagne, F. Niang, G. Sissoko : « caractérisation d'un matériau isolant thermique filasse-plâtre à partir de l'impédance thermique en régime dynamique fréquentiel » Journal des Sciences, Volume 10, N° 3, pp 46 – 54, 2010.
- [13] Y. Jannot , A. Degiovanni, G. Payet, «Thermal conductivity measurement of insulating materials with athree layers device» International Journal of Heat and Mass Transfer 52 (2009), 1105–1111 Vol.7, N°3, pp. 48 -52, 2007.
- [14] J.C Marechal. & J.M. Devisme "Diffusivité thermique des matériaux de construction: Méthode du signal périodique". Annales I.T.B.T.P n° 357, Janvier 1978.
- [15] Jean-Marie Devisme, Thierry Langlet, Omar Douzane, Jean-Marc Roucoult, Michèle Quéneudec « Étude théorique et expérimentale de fluxmètres à «gradient transversal » pour la thermique du bâtiment » Int. J. Therm. Sci. 40, 205–215, 2001.
- [16] Franck Cabriell, Jean-Pierre Bardon, Daniel Guilbaud, Jean-Claude Rouffignac « Etude expérimentale de la résistance thermique de contact entre l'étain en cours de fusion et un creuset refroidi » Rev Gén Therm (1997) 36, 354-370.
- [17] Jean-Jacques Salgon, Olivier Quemener, Meziem Belghali, Jacques Bransier « Resistance thermique de contact statique. Evaluation expérimentale des performances d'un modele a deux resistances issu d'une description probabiliste des deformations de l'interface » Rev Gén Therm (1998) 37, 284-294.