International Journal of Innovation and Applied Studies
ISSN 2028-9324 Vol. 12 No. 2 Jul. 2015, pp. 300-305

http://www.ijias.issr-journals.org/

Conception d'une conduite sous pression de forme U

[Design of pressurized U shaped conduit]

Lamri Ahmed Amine

Départment of civil engineering and hydraulic,
University of Mohamed khaydar Biskra,
Biskra, Algeria

ABSTRACT: The conduct dimensioning, that it is to say, computing the aspect ratio, is also one of the main objectives of our study. Computing the non dimensional aspect ratio and the height need knowledge of the other parameters governing the flow, that is to say, the friction factor, the diameter, the discharge, the energy slope of conduit and the kinematic viscosity of the flowing liquid. As shown by the relationships of Colebrook-White and Darcy-Weisbach. The calculation of the aspect ratio is not easy. These relationships require some transformations and rearrangements to permit respond to our objectives.

KEYWORDS: aspect ratio, uniform flow, discharge, U conduit, explicit solution, energy slope

RESUME: Le dimensionnement de la conduite, c'est-à-dire, le calcul du rapport d'aspect est également l'un des objectifs principaux de notre étude, le calcul du paramètre de forme (rapport d'aspect) nécessite la connaissance des autres paramètres régissant l'écoulement, c'est-à-dire le coefficient de frottement, le diamètre, le débit volume, la pente longitudinal de la conduite et la viscosité cinématique du liquide en écoulement. Comme le montre les relations Colebrook-White et Darcy-Weisbach, le calcul du rapport d'aspect n'est pas aisé. Ces relations nécessitent quelques transformations et réarrangements pour permettre de répondre à notre objectif.

MOTS-CLEFS: rapport d'aspect, écoulement uniforme, débit, solution explicite, pente longitudinale

1 INTRODUCTION

L'écoulement uniforme est défini par la hauteur Y, les parois interne du canal sont caractérisés par la rugosité absolue ε et le débit volume écoulé est Q. Le canal est le siège d'un écoulement uniforme d'un liquide de viscosité cinématique ν , sous une pente longitudinale *i.* La forme de la section mouillée est définie par le rapport d'aspect $\eta = D / Y$ appelé aussi rapport d'aspect. Tous les paramètres ainsi indiqués sont connus et constituent les données du problème. Il s'agit alors de dimensionner la conduite considéré, en développant ces paramètres dans les équations de l'écoulement uniforme tel que Darcy-Wesbach et Colebrook-White ainsi que le nombre de Reynolds [1], [2], [3]. En utilisant la méthode du modèle rugueux de référence [4], [5], [6], ce qui revient à calculer le rapport d'aspect η ainsi que la hauteur Y qui constitue la hauteur minimale de la conduite.

2 CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES ET HYDRAULIQUES DE LA CONDUITE U

Figure1. est un schéma représentatif du conduite de forme U. Elle est caractérisé par son diamètre D et sa hauteur Y respectivement

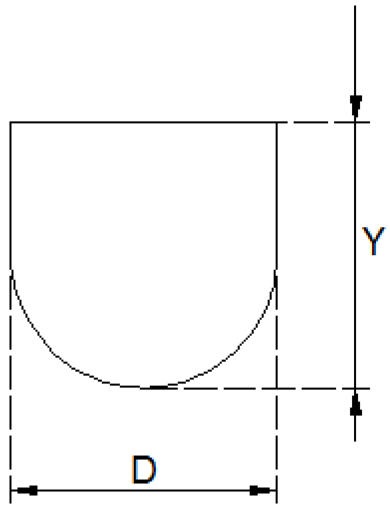

Fig. 1. Caractéristique du conduite de forme U

Notons que η=*D*/*Y est* le rapport d'aspect, et la section mouillé *A* s'exprime:

$$\mathrm{A} = D^2\left(\frac{1}{\eta} - \frac{1}{2} + \frac{\pi}{8}\right) \tag{1}$$

Le périmètre mouillé *P peut s'écrire*:

$$\mathrm{P} = D\left(\frac{2}{\eta} + \frac{\pi}{2}\right) \tag{2}$$

Le diamètre hydraulique $D_h = 4\dfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{P}}$: (3)

$$D_h = \frac{D(\frac{2}{\eta} - 1 + \pi/4)}{(\frac{1}{\eta} + \pi/4)} \tag{4}$$

La perte de charges *i* est donnée par la relation de Darcy-Weisbach:

$$i = \frac{f}{D_h}\frac{Q^2}{2g\mathrm{A}^2} \tag{5}$$

Ou *Q* est le débit, *g* est l'accélération de la pesanteur et *f* est le coefficient de frottement donné par la formule Colebrook-White :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{\varepsilon / D_h}{3,7} + \frac{2,51}{R\sqrt{f}}\right) \tag{6}$$

ε est la rugosité absolue et *R* est le nombre de Reynolds:

$$R = \frac{4Q}{\mathrm{P}\nu} \tag{7}$$

Ou ν est la viscosité cinématique.

3 MODELE RUGUEUX DE REFERENCE

La rugosité relative arbitrairement choisie $\overline{\varepsilon}/\overline{D_h} = 3,7.10^{-2}$ est obtenue pour diverses valeurs de la rugosité absolue $\overline{\varepsilon}$ et du diamètre hydraulique $\overline{D_h}$.

Puisque l'écoulement est ou supposé être en régime turbulent rugueux, le coefficient de frottement $\overline{f}$ est donc régi par la relation de *Nikuradse* pour $\varepsilon / D_h = \overline{\varepsilon}/\overline{D_h}$ et $f = \overline{f}$, soit $\overline{f} = \left[-2\log\left(\frac{3,7.10^{-2}}{3,7}\right)\right]^{-2} = (4)^{-2} = \frac{1}{16}$

Pour les caractéristiques hydraulique et géométriques du modèle rugueux de référence mentionnés par le symbole " ¯ ". Appliquant sur (5) on trouve :

$$\bar{i} = \frac{\overline{f}}{\overline{D_h}} \frac{\overline{Q}^2}{2g\overline{A}^2} \tag{8}$$

L'équation (8) devient:

$$\bar{i} = \frac{1}{128g} \frac{\overline{P}}{\overline{A}^3} \overline{Q}^2 \tag{9}$$

Introduisant (1) et (2) a (9), en peut écrire :

$$\bar{i} = \frac{(\frac{1}{\overline{\eta}} + \pi/4)}{32(\frac{2}{\overline{\eta}} - 1 + \pi/4)^3} \left(\frac{\overline{Q}^2}{g\overline{D}^5}\right) \tag{10}$$

Posons que $\overline{Q} = Q$, *ī=i* , $\overline{D} = D$, $\overline{Y} \neq Y$ *et* $\overline{\eta} \neq \eta$. En peux déduire de (10):

$$D = \left[\frac{(\frac{1}{\overline{\eta}} + \pi/4)}{32(\frac{2}{\overline{\eta}} - 1 + \pi/4)^3}\right]^{1/5} \left(\frac{Q^2}{gJ}\right)^{1/5} \tag{11}$$

Introduisons la conductivité relative $\overline{Q}_D{}^* = Q_D{}^* = \frac{Q}{\sqrt{gJ\overline{D}^5}}$, (11) devient:

$$\frac{(\frac{1}{\overline{\eta}} + \pi/4)}{32(\frac{2}{\overline{\eta}} - 1 + \pi/4)^3} Q_D{}^{*2} = 1 \tag{12}$$

Adoptons le changement de variables

$$\chi = \frac{1}{\overline{\eta}} - 1/2 + \pi/8 \tag{13}$$

L'équation 12 se réduit à :

$$\chi^3 - \frac{{Q^*{}_D}^2}{64}\chi - (\pi/8+1/2)\frac{{Q_D}^{*2}}{64} = 0 \tag{14}$$

L'equation14 est une équation cubique sans seconde ordre. son discriminant est:

$$\Delta = \frac{3{Q_D}^4}{(2\times 2304)^2}\left[(\pi/4+1)6\sqrt{3}+Q^*{}_D\right]\left[(\pi/4+1)6\sqrt{3}-Q^*{}_D\right] \tag{15}$$

L'équation 15 montre deux cas de solution :

1. ${Q_D}^* \leq (\pi/4+1)6\sqrt{3}$, donc $\Delta \geq 0$

$$\chi = \frac{{Q_D}^*}{4\sqrt{3}}ch(\beta/3) \tag{16}$$

Remplaçons dans (13), le rapport d'aspect $\overline{\eta}$ du modèle rugueux s'exprime:

$$\overline{\eta} = \frac{4\sqrt{3}}{{Q_D}^* ch(\beta/3)} + 2 - {}^{8}\!/_{\pi} \tag{17}$$

Ou l'angle β est :

$$ch(\beta) = \frac{(\pi/4+1)6\sqrt{3}}{{Q_D}^*} \tag{18}$$

2. ${Q_D}^* \geq (\pi/4+1)6\sqrt{3}$, donc $\Delta \leq 0$.

$$\chi = \frac{{Q_D}^*}{4\sqrt{3}}\cos(\beta/3) \tag{19}$$

Remplaçons dans (13), le rapport d'aspect $\overline{\eta}$ du modèle rugueux s'exprime:

$$\overline{\eta} = \frac{4\sqrt{3}}{{Q_D}^* \cos(\beta/3)} + 2 - {}^{8}\!/_{\pi} \tag{20}$$

Ou l'angle β est égale à :

$$\cos(\beta) = \frac{(\pi/4+1)6\sqrt{3}}{{Q_D}^*} \tag{21}$$

4 FACTEUR DE CORRECTION POUR LA DIMENSION LINEAIRE

Selon la méthode du modèle rugueux, toute dimension linéaire *D* d'un canal donné est égale à la dimension linéaire homologue $\overline{D}$ du modèle rugueux, corrigée par les effets d'un facteur de correction ψ . Cela se traduit par la relation :

$$D = \psi\overline{D} \tag{22}$$

Où Ψ est le facteur de correction de la dimension linéaire, pouvait s'écrire sous la forme:

$$\psi \cong 1,35\left[-\log\left(\frac{\varepsilon/\overline{D_h}}{4,75}+\frac{8,5}{\overline{R}}\right)\right]^{-2/5} \tag{23}$$

5 ETAPES DE CALCUL DE LA DIMENSION LINEAIRE Y

Connaissons le débit *Q*, le diamètre de la conduite D , la perte des charge *J*, la rugosité absolue ε et la viscosité cinématique ν, les étapes suivantes sont recommandé pour calculer la dimension linéaire Y:

1. calcul de la conductivité relative $Q_D{}^* = \dfrac{Q}{\sqrt{gJ\overline{D}^5}}$ pour $\overline{D} = D$.

2. Calcul du rapport d'aspect $\overline{\eta}$ utilisant (17) et (18) en accordance avec le signe du discriminant Δ.

3. Connaissons D and $\overline{\eta}$, calcul du périmètre mouillé $\overline{\mathrm{P}}$, le diamètre hydraulique $\overline{D}_h$ et le nombre de Reynolds $\overline{R}$ utilisons (2),(4) et (7) respectivement.

4. A partir de (23), on calcul le facteur de correction Ψ.

5. Assigner au modèle rugueux la dimension linéaire $\overline{D} = D / \psi$ d'après (22).

6. Calcul de la nouvelle valeur de la conductivité relative $\overline{Q}_D{}^* = Q / \sqrt{gJ\overline{D}^5}$

7. Appliquons donc (17) ou (18), en accordance avec le signe du discriminant Δ, résultat sur $\overline{\eta} = \eta$.

8. La valeur requise de la hauteur de la conduite *Y* est finalement $Y = D\eta$.

6 EXEMPLE

Calculer la hauteur de la conduite U en charge pour les donnés suivantes :

Q =3m^3/ *s*, *D* =1.25*m*, *i* =0.0004, ε=0.0020*m*, ν=0.000001m^2/ *s*

1. Pour $\overline{D} = D$, la conductivité relative $Q_D{}^* = \dfrac{Q}{\sqrt{gJD^5}}$ est :

$$Q_D{}^* = \frac{Q}{\sqrt{gJD^5}} = \frac{3}{\sqrt{9.81 \times 4 \times 10^{-4} \times 1.25^5}} = 27.41458795$$

2. $Q_D{}^* \geq (\pi / 4 + 1)6\sqrt{3}$ le discriminant Δ est négative :

$$\cos(\beta) = \frac{(\pi / 4 + 1)6\sqrt{3}}{Q_D{}^*} = \frac{18.55440199}{27.41458795} = 0.676807618$$

$\beta = 0.827378917$ radian

$$\overline{\eta} = \frac{4\sqrt{3}}{Q_D{}^* \cos(\beta / 3)} + 2 - \frac{8}{\pi} = 0{,}2554460585599$$

3. D’après (2), (4) et (7) on calcul:

$$\overline{D}_h = \frac{D\left(\frac{2}{\eta} + \frac{1}{2} - \frac{\pi}{8}\right)}{\left(\frac{1}{\eta} + \frac{\pi}{4}\right)} = 2.11078235$$

$$\overline{\mathrm{P}} = D(\frac{2}{\overline{\eta}} + \pi / 2) = 11.75029742$$

$$\overline{R} = \frac{4Q}{\overline{\mathrm{P}}\nu} = \frac{4 \times 3}{11.75029742 \times 10^{-6}} = 1021250.746$$

4. D'après (23) en trouve :

$$\psi = 1.35\left[-\log\left(\frac{0.0020/2.11078235}{4.75} + \frac{8.5}{1021250.746}\right)\right]^{-2/5} = 0.801463124$$

5. $\overline{D} = \frac{D}{\psi} = \frac{1.25}{0.8014631224} = 1.559647553m$

6. La nouvelle valeur de la conductivité relative est:

$$\overline{Q}_D^{\,*} = Q / \sqrt{gJ\overline{D}^5} = 3 / \sqrt{9.81 \times 4 \times 10^{-4} \times 1.559647553^5} = 15.76487694$$

7. $\overline{Q}_D^{\,*} \leq (\pi / 4 + 1)6\sqrt{3}$, donc $\Delta \geq 0$:

$$ch(\beta) = \frac{(\pi / 4 + 1)6\sqrt{3}}{\overline{Q}^*_D} = \frac{17.57868612}{15.76487694} = 1.115053812$$

$$\beta = 0.47521125$$

$$\eta = \overline{\eta} = \frac{4\sqrt{3}}{Q_D^{\,*} ch(\beta / 3)} + 2 - \frac{8}{\pi} = 0{,}4147016148147$$

8. Finalement, la valeur requise de la dimension linéaire est:

$$Y = D / \eta = 1.25 / 0{,}4147016148 = 3.014215415m$$

7 CONCLUSION

On a appliqué la méthode du modèle rugueux sur la conduite de forme U. l'objective était de calculer la hauteur de la conduite. La conductivité relative et le rapport d'aspect étaient reliés par une relation cubique, elle a été résolue analytiquement. Les étapes de calcul sont explicites et simples.

REFERENCES

[1] R.O. Sinninger, W.H. Hager, Constructions Hydrauliques, 1ère Ed., Ed. Lausanne, Suisse: Presses Polytechniques Romandes, 1989.
[2] L.F. Moody, Friction factors for pipe-flow, Transactions ASME (1944).
[3] V.T. Chow, Open channel hydraulics, McGraw Hill, New York, 1973.
[4] P.K. Swamee, A.K. Jain, Explicit equations for Pipe-flow Problems, J. Hyd. Engrg, ASCE 102(5) (1976) 657-664.
[5] P.K. Sawamee, N. Swamee, design of noncircular sections, J. Hyd. Res., 46(2) (2008) 277-281.
[6] B. Achour, A. Bedjaoui, Discussion of Explicit Solutions for Normal Dept Problem, by P.K. Swamee, P. N. Rathie, J. Hyd. Res., 44(5) (2006) 715-717.