

Le développement d'un pricer des options et modèle Black and Scholes

[The Development of options pricer and Black and Scholes Model]

Moulay El Mehdi FALLOUL¹ and Moulay Ali FALLOUL²

¹Doctorant en économie et finance appliquée,
Université Hassan II Mohammedia,
Mohammedia, Maroc

¹Docteur en magnétisme et électricité,
Université Hassan II Casablanca,
Casablanca, Maroc

Copyright © 2015 ISSR Journals. This is an open access article distributed under the *Creative Commons Attribution License*, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

ABSTRACT: In the early 70's, Black, Scholes and Merton have made a major breakthrough in option pricing. These contributions and developments are the source of the famous Black-Scholes model which had a great impact on how used by traders, both in terms of option valuation in the development of coverage This work has also been the starting point for the spectacular development of computational finance in the 80's and 90's. En 1997 Merton and Scholes were awarded the Nobel Prize in Economics (Black had died). This formula is widely used in practice to the extent that it defines the implied volatility has become a real unit of measurement. The mathematical model that describes the financial market is both simple and effective. The aim of this paper is to develop options pricer using VBA language and the Black and Scholes model.

KEYWORDS: Black and Scholes model, Geometric Brownian Motion, Ito lemma, heat equation, Green functions.

RESUME: Au début des années 70, Black, Scholes et Merton ont opéré une avancée majeure en matière d'évaluation des options. Ces contributions et leurs développements sont à l'origine du célèbre modèle de Black et Scholes qui a eu un très grand impact sur les méthodes utilisées par les traders, tant en matière d'évaluation d'option que dans la mise au point de couverture. Ces travaux ont aussi été le point de départ du développement spectaculaire de la finance computationnelle dans les années 80 et 90. En 1997, Merton et Scholes ont été récompensés par le prix Nobel d'économie (Black était décédé). Cette formule est très utilisée en pratique à tel point que la volatilité implicite qu'elle définit est devenue une véritable unité de mesure. Le modèle mathématique qui décrit le marché financier est à la fois simple et efficace. L'objectif de ce papier est de développer un pricer des options en utilisant le langage VBA et le modèle Black et Scholes.

MOTS-CLEFS: Modèle Black et Scholes, Mouvement Géométrique Brownien, lemme d'Itô, équation de la chaleur, fonctions de Green.

1 INTRODUCTION

Au début des années 70, Black, Scholes et Merton ont opéré une avancée majeure en matière d'évaluation d'options. Ces contributions et leurs développements sont à l'origine du célèbre modèle de Black et Scholes qui a eu un très grand impact sur les méthodes utilisées par les traders, tant en matière d'évaluation d'option que dans la mise au point de couverture. Ces travaux ont aussi été le point de départ du développement spectaculaire de la finance computationnelle dans les années 80 et 90. En 1997, Merton et Scholes ont été récompensés par le prix Nobel d'économie (Black était décédé). Cette formule est

très utilisée en pratique à tel point que la volatilité implicite qu'elle définit est devenue une véritable unité de mesure. Le modèle mathématique qui décrit le marché financier est à la fois simple et efficace [1].

2 LE PORTEFEUILLE DE COUVERTURE

On peut construire un portefeuille qui aura le même montant comme un call, peu importe si le prix de l'action se déplace vers le haut à la hausse des prix ou à la baisse des prix. La quantité des actions à acheter dépend de combien les changements du prix du call par rapport à un changement dans le cours des actions. Ceci est dénommé le ratio de couverture:

$$\Delta = \frac{\partial c}{\partial S} \quad (1)$$

Le Portefeuille A basé sur ce ratio de couverture est appelé un « portefeuille auto-réplication » ou un « call synthétique ». Soit ce portefeuille représentée par π .

Le prix de ce portefeuille couvert est donné par :

$$\pi = c - \Delta \cdot S \quad (2)$$

3 LE MODELE GEOMETRIQUE BROWNIEN

Ce modèle binomial du mouvement des prix de l'action est extrêmement simpliste. On ne trouve jamais des actions dont le prix va augmenter jusqu'à un certain niveau ou vers le bas pour un certain niveau. Cependant à chaque instant dans le temps au cours de laquelle un cours est échangé, le prix peut se déplacer vers le haut ou vers le bas. Ce mouvement dans le cours des actions est analogue au mouvement d'une particule lourde entouré de particules légères. Comme les particules de la lumière se déplacent rapidement, ils fonctionneront au hasard dans les particules lourdes, modifiant légèrement son cours. Le mouvement de chaque particule de lumière est indépendant du mouvement des autres particules légères. De même, la force avec laquelle chaque particule de lumière frappe est indépendante des autres. Les particules lourdes est soumis à des forces indépendantes, au hasard des diverses orientations et ordres de grandeur qui changent son mouvement. Au fil du temps, cependant, les divers impacts sur les particules lourdes forment une distribution normale avec une donnée moyenne et un écart-type. Ce modèle du mouvement de la particule lourde est appelé mouvement géométrique brownien [2].

Il est facile de voir comment ce modèle s'applique au prix des actions. Selon l'hypothèse d'efficience du marché, toutes les informations connues sur une entreprise sont déjà utilisées par le marché en achetant ou en vendant des actions. À tout moment t , le prix de l'action intègre cette information connue. Le changement du prix de l'action change avec l'ajout de nouvelles informations comme le temps passe à $t + 1$. Par définition du "nouveau", il s'ensuit que ces informations ne peuvent être prédites à l'avance. Certaines de ces informations peuvent s'appliquer à tous les stocks en général. Dire qu'une nouvelle enquête de confiance des consommateurs est libérée, montrant une forte recrudescence dans la confiance des consommateurs. Tous les cours d'actions auront tendance à rallier que cette nouvelle information est absorbée par le marché. Certains renseignements peuvent être entreprise spécifique et analogue à un coup de grande intensité reçu par les particules lourdes [3].

Le mouvement des prix de l'action est mieux assimilé en le traitant en pourcentages. Disons que valeur d'un cours diminue de 15 % au temps t . Au temps $t + 1$, le cours s'élève, en valeur, de 15 %. Évidemment, le cours ne reviendra pas au prix d'origine. On suppose que x est le taux de variation du cours de l'action. Cette variation cumulative est décrite par l'équation $(1 - x)(1+x) = (1-x^2)$. Pour une modification de 15 %, nous aurons $1-15.^2 = .9775$, avec un cours ayant un rendement cumulé de -2.25 %. Pour cette raison, le stock est censé avoir un rendement géométrique. L'expression « rendement géométrique » est synonyme de rendement suivant une loi lognormale, comme le prix de l'action aura une distribution lognormale. Ce changement du cours des actions est modélisé comme ayant deux composantes : une composante déterministe, égale à la moyenne de rendement d'un cours dans le passé, μ et une composante aléatoire égale à l'écart d'un cours, σ . le changement des cours des actions peut être décrite par une équation différentielle stochastique [4] :

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dB_t \quad (3)$$

Cette équation est différente des fonctions déterministes. Une fonction suivant un comportement déterministe. Compte tenu d'un intrant donné, produira toujours le même résultat. L'équation différentielle stochastique décrit un « processus ». Il y a incertitude au sujet de ce que sera le résultat.

4 L'EQUATION DIFFERENTIELLE DE BLACK-SCHOLES

La valeur d'un call au temps t , c_t , dépend de deux variables. Tout d'abord, combien le prix du call change par rapport à un changement dans le cours des actions ? C'est le terme delta utilisé en couverture. Deuxièmement, combien de temps dure le call ? Le plus de temps le cours des actions est élevé, le plus précieux le temps est. Ainsi on obtient la valeur d'un call au temps t , basée sur deux variables, au lieu de l'unique caractéristique variable d'équations différentielles ordinaires [5] :

$$c_t = c_t(S_t, t) \quad (4)$$

En utilisant le modèle de prix brownienne, équation (3) et une technique de calcul stochastique appelée lemme d'Ito, il peut être démontré que la variation de valeur du call est donnée par :

$$dc_t = \left(\frac{\partial c}{\partial t} + \mu S \frac{\partial c}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 c}{\partial S^2} \right) dt + \sigma S \frac{\partial c}{\partial S} dB_t \quad (5)$$

Rappelons qu'un portefeuille parfaitement couvert peut être construit dans lequel le changement dans le cours de l'action sera parfaitement compensé par une variation du prix du call, en raison de la possession d'actions au prorata de ce ratio de couverture ou en triangle. Un changement de valeur de ce portefeuille est donné par :

$$d\pi = dc - \Delta dS = \left(\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 c}{\partial S^2} \right) dt \quad (6)$$

Toutefois, rappelons que ce portefeuille couvert possède le même rendement quel que soit le mouvement des prix de l'action. Un portefeuille couvert, π , et un taux d'intérêt sans risque de r , par hypothèse d'absence d'opportunités d'arbitrage, le rendement du portefeuille sur un changement donné dans le temps, dt , doit être égal au taux sans risque [6] :

$$d\pi = r\pi dt = r \left(c - \frac{\partial c}{\partial S} \cdot S \right) dt \quad (7)$$

On définissant les équations égales entre elles et on simplifiant, on obtient :

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 c}{\partial S^2} = rc - rS \frac{\partial c}{\partial S} \quad (8)$$

Ce paramétrage égale à zéro les rendements le Black-Scholes équation aux dérivées partielles:

$$\begin{aligned} \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 c}{\partial S^2} + rS \frac{\partial c}{\partial S} - rc &= 0 \\ c(S, T) &= \max(S - K, 0) \end{aligned} \quad (9)$$

Cette équation est une équation aux dérivées partielles linéaire avec les valeurs limites, puisque la valeur du call au moment de l'expiration est égale à la valeur plus grande ; zéro ou le cours des actions S moins le prix d'exercice K.

Pour résoudre cette équation différentielle, des transformations s'imposent. La première transformation est la suivante :

$$c^* = c \cdot e^{r(T-t)}, \quad S^* = S \cdot e^{r(T-t)},$$

$$c = c(S, t) \implies c^* = c^*(S^*, t),$$

$$c = c^* e^{-r(T-t)}, \quad S = S^* e^{-r(T-t)}.$$

Et ensuite on peut calculer

$$\begin{aligned} \frac{\partial c}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} (c^*(S^*, t) e^{-r(T-t)}) \\ &= \frac{\partial c^*}{\partial t} e^{-r(T-t)} + \frac{\partial c^*}{\partial S^*} \cdot \frac{\partial S^*}{\partial t} e^{-r(T-t)} + r c^* e^{-r(T-t)} \\ &= \frac{\partial c^*}{\partial t} e^{-r(T-t)} - r S^* \frac{\partial c^*}{\partial S^*} + r c^* e^{-r(T-t)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial c}{\partial S} &= \frac{\partial}{\partial S} (c^*(S^*, t) e^{-r(T-t)}) = \frac{\partial c^*}{\partial S} e^{-r(T-t)} = \frac{\partial c^*}{\partial S^*} \cdot \frac{\partial S^*}{\partial S} e^{-r(T-t)} \\ &= \frac{\partial c^*}{\partial S^*}, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 c}{\partial S^2} = \frac{\partial}{\partial S} \left(\frac{\partial c^*}{\partial S^*} \right) = \frac{\partial^2 c^*}{\partial S^{*2}} \cdot \frac{\partial S^*}{\partial S} = \frac{\partial^2 c^*}{\partial S^{*2}} \cdot e^{r(T-t)}. \tag{10}$$

Substituant ces valeurs dans l'équation différentielle Black-Scholes d'origine, on obtient:

$$\frac{\partial c^*}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^{*2} \frac{\partial^2 c^*}{\partial S^{*2}} = 0,$$

$$c^*(S^*, T) = \max(S^* - K, 0) \tag{11}$$

Une autre transformation s'effectue :

$$S^* = K e^{\frac{1}{2} \sigma^2 \tau + x}, \quad \tau = T - t, \quad c^* = K f(x, \tau),$$

$$c^* = c^*(S^*, t) \implies f = f(x, \tau),$$

$$x = \ln \frac{S^*}{K} - \frac{1}{2} \sigma^2 \tau. \tag{12}$$

Le calcul des dérivés à l'aide de cette transformation et son remplacement par ces dérivés dans les équations précédentes, on peut éventuellement montrer que :

$$\frac{\partial f}{\partial \tau} - \frac{1}{2}\sigma^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 0$$

$$f(x, 0) = \max(e^x - 1, 0)$$
(13)

Cette série de transformation a montré que l'équation différentielle de Black-Scholes donnant la valeur d'une option d'achat revient exactement comme une équation de la chaleur. Une telle équation servirait en physique pour décrire la température d'une tige de métal. La solution de cette équation de la chaleur est connue. En prenant cette solution connue à l'équation de la chaleur et en utilisant les mêmes transformations en sens inverse, on peut envisager une solution à l'équation différentielle de Black-Scholes. L'équation de la chaleur est résolue à l'aide de la fonction de Green [7] :

$$G(x, \tau; x_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2\tau}} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2\tau}}$$
(14)

Cette fonction décrit la probabilité d'un nombre aléatoire normale tombé dans une certaine gamme donnée une condition initiale spécifique. La fonction est utilisée pour développer l'intégral de Green :

$$f(x, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_0, 0)G(x, \tau; x_0)dx_0$$
(15)

La solution à cette intégrale est simplement :

$$f(x, \tau) = B - A$$

Avec :

$$\begin{aligned} A &= - \int_{\frac{x}{\sigma\sqrt{\tau}}}^{-\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2\tau}} e^{-\frac{y^2}{2}} \sigma\sqrt{\tau} dy \\ &= \int_{-\infty}^{\frac{x}{\sigma\sqrt{\tau}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy \\ &= N\left(\frac{x}{\sigma\sqrt{\tau}}\right). \\ B &= \int_0^{+\infty} e^{x_0} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2\tau}} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2\tau}} dx_0 \\ &= \int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2\tau}} e^{-\frac{x^2 - 2xx_0 - 2\sigma^2\tau x_0 + x_0^2}{2\sigma^2\tau}} dx_0 \\ &= \int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2\tau}} e^{-\frac{(x+\sigma^2\tau-x_0)^2 - \sigma^2\tau(2x+\sigma^2\tau)}{2\sigma^2\tau}} dx_0 \\ &= e^{x+\frac{1}{2}\sigma^2\tau} \int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2\tau}} e^{-\frac{(z+\sigma^2\tau-x_0)^2}{2\sigma^2\tau}} dx_0. \end{aligned}$$
(16)

Il y a deux parties dans cette solution, chaque partie ayant une distribution normale. En Simplifiant cette réponse à l'équation de la chaleur de Green, nous avons maintenant :

$$f(x, \tau) = e^{x + \frac{1}{2}\sigma^2\tau} N\left(\frac{x + \sigma^2\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}\right) - N\left(\frac{x}{\sigma\sqrt{\tau}}\right) \quad (17)$$

En Transformant ces variables en utilisant les mêmes substitutions nous pouvons enfin parvenir à la solution de l'équation différentielle de Black-Scholes d'origine :

$$\begin{aligned} c(S, t) &= SN(d_1) - Ke^{-r\tau} N(d_2), \quad \tau = T - t, \\ d_1 &= \frac{\ln \frac{S}{K} + \frac{1}{2}\sigma^2\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} = \frac{\ln \frac{S}{K} + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}, \\ d_2 &= \frac{\ln \frac{S}{K} - \frac{1}{2}\sigma^2\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} = \frac{\ln \frac{S}{K} + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}. \end{aligned} \quad (18)$$

d_2 peut être simplifiée à: $d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{\tau}$

Avec $\tau = T - t$ représentant le temps restant jusqu'à l'expiration de l'option, la formule de Black-Scholes montre que la valeur du call à un moment donné t provient de deux sources.

Le premier est le gain (ou perte) représenté par $SN(d_1)$. Ceci est atteint en multipliant le prix actuel de l'action par la variation de la valeur du call par rapport à la variation du prix de l'action. En d'autres termes, étant donné un rendement attendu sur le cours, la variation de valeur du call est en fait basée sur la volatilité des prix du cours, pas le prix moyen de l'action [8].

5 DONNÉES ET RÉSULTATS

Soit un call sur le cours de l'action du groupe électronucléaire français EDF, dont les résultats futurs semblent prometteurs. L'action vaut aujourd'hui 36 euros. Soit un call de strike 40 et de maturité un trimestre. Les taux d'intérêts sans risque pour cette période sont équivalents à 5%. La volatilité implicite est estimée à 50%. Donc, $S = 36$, $K = 40$, $T = 0,25$, $r = 0,05$, $\sigma = 0,5$.

$$call = SN(d_1) - ke^{-rt} N(d_2)$$

$$Put = Ke^{-rt} N(-d_2) - SN(-d_1)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Tableau 1. Tableaux des données et des résultats du pricer

EVALUATION DES OPTIONS / ACTIONS	
<i>Cours du sous-jacent</i>	36,00
<i>Strike de l'option</i>	40,00
<i>Taux sans risque</i>	5,00%
<i>Nombre de jours avant l'échéance</i>	90
<i>Volatilité implicite du sous-jacent</i>	50,00%
CALL	PUT
2,2324	<i>Premium</i> 5,7423
0,4011	<i>Delta</i> -0,5989
0,0433	<i>Gamma</i> 0,0433
0,0691	<i>Vega</i> 0,0691
-0,0229	<i>Theta (par jour)</i> -0,0175

Tableau 2. Tableaux des résultats du pricer

BLACK & SCHOLES	Pricing d'une option	
<i>Cours du sous-jacent</i>	36,00	S
<i>Prix d'exercice</i>	40,00	X
<i>Volatilité</i>	50,00%	?
<i>Taux sans risque</i>	5,00%	r
<i>Durée jusqu'à échéance (en j)</i>	90	t
PRIX	$S \times N(d1) - (X/e^{rt}) \times N(d2)$	- 12,2377 €
d1	$[\ln(S/X) + (r + 0,5 \sigma^2) \times t] / \sigma \sqrt{t}$	-0,25
d2	$d1 - \sigma \sqrt{t}$	-0,50
N(d1)		0,40
N(d2)		0,31

6 CONCLUSION

Le principal inconvénient présenté par le modèle de Black - Scholes réside dans le fait qu'il repose sur une volatilité constante, c'est pourquoi il a été étendu, pour tenir compte des spécificités de certains marchés financiers, permettant ainsi de prendre en considération de nouveaux types d'options, et aboutissant à l'émergence d'autres modèles, tels que celui de Garman - Kohlhagen, donnant la possibilité d'évaluer les options sur des taux de devises étrangères. Bien que le modèle de Black - Scholes soit unanimement reconnu et utilisé, il convient de souligner qu'il présente des limites importantes, étant donné qu'il s'appuie sur certaines hypothèses pouvant mener à des conclusions inexactes ; le temps ne peut, par exemple, être perçu comme une fonction continue, sous peine de faire apparaître un écart important avec la réalité, plus particulièrement lorsque la bourse se trouve être mouvementée.

REFERENCES

- [1] B. Mandelbrot, "Fractales, hasard et finance", deuxième édition, Flammarion, 1997.
- [2] B. Mandelbrot, "Une approche fractale des marchés", première édition, éditions Odile Jacob, 2005.
- [3] Black, Fischer, "Fact and Fantasy in the Use of Options," Financial Analysts Journal, v. 31, July-August, 1975, p. 36-41, 61-72.
- [4] Black, Fischer and Scholes, Myron, "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", Journal of Political Economy, v. 81, issue 3, 1973, p. 637-654.
- [5] Bodie, Zvi, Kane, Alex, and Marcus, Alan J, "Essentials of Investments", 4th ed. Boston: McGraw-Hill, c2001.
- [6] Chriss, Neil A., "Black-Scholes and Beyond, Option Pricing Models", Chicago: Irwin Publishing, 1997.
- [7] Chriss, Neil A., "The Black-Scholes and Beyond Interactive Toolkit", Chicago: Irwin Publishing, 1997.
- [8] Hull, John C. "Options, Futures and Other Derivatives", 5th ed., Saddle River, NJ: Prentice Hall, c2003.

ANNEXE I: CODE DU LANGAGE VBA

```

'Call Black & Scholes
'
Function cbs(Cours, Strike, Taux, NbreJours, Volat)

d1 = ((Application.Ln(Cours / (Strike * Exp(-Taux * NbreJours / 365)))) / (Volat * Sqr(NbreJours / 365))) + (0.5 * Volat * Sqr(NbreJours / 365))
d2 = d1 - Volat * Sqr(NbreJours / 365)

nd1 = WorksheetFunction.NormSDist(d1)
nd2 = WorksheetFunction.NormSDist(d2)

cbs = (Cours * nd1) - (Strike * Exp(-Taux * NbreJours / 365) * nd2)

End Function
'
'put Black & Scholes
'
Function pbs(Cours, Strike, Taux, NbreJours, Volat)

d1 = ((Application.Ln(Cours / (Strike * Exp(-Taux * NbreJours / 365)))) / (Volat * Sqr(NbreJours / 365))) + (0.5 * Volat * Sqr(NbreJours / 365))
d2 = d1 - Volat * Sqr(NbreJours / 365)

nd1 = 1 - WorksheetFunction.NormSDist(d1)
nd2 = 1 - WorksheetFunction.NormSDist(d2)

pbs = (Strike * Exp(-Taux * NbreJours / 365) * nd2) - (Cours * nd1)

End Function
'
'delta call
'
Function deltac(Cours, Strike, Taux, NbreJours, Volat)

d1 = ((Application.Ln(Cours / (Strike * Exp(-Taux * NbreJours / 365)))) / (Volat * Sqr(NbreJours / 365))) + (0.5 * Volat * Sqr(NbreJours / 365))

deltac = WorksheetFunction.NormSDist(d1)

End Function
'
'delta put
'
Function deltap(Cours, Strike, Taux, NbreJours, Volat)

d1 = ((Application.Ln(Cours / (Strike * Exp(-Taux * NbreJours / 365)))) / (Volat * Sqr(NbreJours / 365))) + (0.5 * Volat * Sqr(NbreJours / 365))

deltap = -(1 - WorksheetFunction.NormSDist(d1))

End Function
'
'gamma (call & put)
'
Function gamma(Cours, Strike, Taux, NbreJours, Volat)

```

```
d1 = ((Application.Ln(Cours / (Strike * Exp(-Taux * NbreJours / 365)))) / (Volat * Sqr(NbreJours / 365))) + (0.5 * Volat * Sqr(NbreJours / 365))
```

```
fd1 = Exp((-d1 ^ 2) / 2) / Sqr(2 * Application.Pi())
```

```
gamma = fd1 / (Cours * Volat * Sqr(NbreJours / 365))
```

```
End Function
```

```
'vega (call & put)
```

```
Function vega(Cours, Strike, Taux, NbreJours, Volat)
```

```
d1 = ((Application.Ln(Cours / (Strike * Exp(-Taux * NbreJours / 365)))) / (Volat * Sqr(NbreJours / 365))) + (0.5 * Volat * Sqr(NbreJours / 365))
```

```
fd1 = Exp((-d1 ^ 2) / 2) / Sqr(2 * Application.Pi())
```

```
vega = fd1 * Cours * Sqr(NbreJours / 365) / 100
```

```
End Function
```

```
'theta call
```

```
Function thetac(Cours, Strike, Taux, NbreJours, Volat)
```

```
d1 = ((Application.Ln(Cours / (Strike * Exp(-Taux * NbreJours / 365)))) / (Volat * Sqr(NbreJours / 365))) + (0.5 * Volat * Sqr(NbreJours / 365))
```

```
d2 = d1 - Volat * Sqr(NbreJours / 365)
```

```
fd1 = Exp((-d1 ^ 2) / 2) / Sqr(2 * Application.Pi())
```

```
fd2 = Exp((-d2 ^ 2) / 2) / Sqr(2 * Application.Pi())
```

```
nd1 = WorksheetFunction.NormSDist(d1)
```

```
nd2 = 1 - WorksheetFunction.NormSDist(d2)
```

```
thetac = -(((Cours * Volat) / (2 * Sqr(NbreJours / 365)) * fd1)) - Strike * (Exp(-Taux * NbreJours / 365)) * Taux * nd2 / 365
```

```
End Function
```

```
'theta put
```

```
Function thetap(Cours, Strike, Taux, NbreJours, Volat)
```

```
d1 = ((Application.Ln(Cours / (Strike * Exp(-Taux * NbreJours / 365)))) / (Volat * Sqr(NbreJours / 365))) + (0.5 * Volat * Sqr(NbreJours / 365))
```

```
d2 = d1 - Volat * Sqr(NbreJours / 365)
```

```
fd1 = Exp((-d1 ^ 2) / 2) / Sqr(2 * Application.Pi())
```

```
fd2 = Exp((-d2 ^ 2) / 2) / Sqr(2 * Application.Pi())
```

```
nd1 = 1 - WorksheetFunction.NormSDist(d1)
```

```
nd2 = 1 - WorksheetFunction.NormSDist(d2)
```

```
thetap = -(((Cours * Volat) / (2 * Sqr(NbreJours / 365)) * fd1)) - Strike * (Exp(-Taux * NbreJours / 365)) * Taux * (nd2 - 1) / 365
```

```
End Function
```