

Nouvelle méthode de production des pièces découpées du Zellij traditionnel

[New method for production of traditional Zellij parts]

Youness FARHANE¹, Driss AMEGOUZ², and Abdelaziz BOURAS³

¹Industrial engineering,
USMBA/ENSA,
Fez, Morocco

²Mecanics,
USMBA/EST,
Fez, Morocco

³Industrial engineering,
Lyon 2/IUT,
Lyon, France

Copyright © 2014 ISSR Journals. This is an open access article distributed under the *Creative Commons Attribution License*, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

ABSTRACT: Our work is within the framework of a study aiming at industrializing the manufacturing technique of decorative plates in parts of traditional Zellij, starting from geometrical reasons constructed with the help of the Computer Aided Design. We propose in this article a new method of a continues carving the primitive forms of Zellij, compared to the current traditional process : manual lithic reduction face by face. This new method allows to obtain the path of the tool of carving following an automatic recognition of the contour of each primitive forms of Zellij. Dimensions and colors of primitive forms that are going to be carved can be modified to the level of the Computer Aided Design.

KEYWORDS: Analysis of motives, image processing, automatic range, automatic recognition, detection of contour, CAD.

RESUME: Notre travail se situe dans le cadre d'une étude visant à promouvoir et automatiser la technique de fabrication de plaques décoratives en pièces de Zellij traditionnelles à partir de motifs géométriques construits à l'aide de la Conception Assistée par Ordinateur. Nous proposons dans cet article une nouvelle méthode de découpe continue des "pièces de Zellij" pour améliorer le procédé traditionnel actuel : façonnage manuel face par face. Cette nouvelle méthode permet d'obtenir la trajectoire de l'outil de découpe suite à une reconnaissance automatique du contour de chaque forme primitive "pièce Zellij". Les dimensions et les couleurs des formes primitives qui vont être découpées peuvent être modifiées au niveau de la Conception Assistée par Ordinateur.

MOTS-CLEFS: Analyse des motifs, traitement d'image, gamme automatique, reconnaissance automatique, détection de contour, CAO.

1 INTRODUCTION

Cet article résume des études menées au sein du Laboratoire de Productique, d'Energétique et du Développement Durable à l'EST des Fès, et concernant la promotion des plaques réalisées par assemblage de pièces de Zellij traditionnelles

(figure 1). Cette promotion est actuellement freinée par deux problèmes essentiels : la découpe des pièces dans des carreaux de Zellij et la fixation de ces pièces en vue de la réalisation des plaques de grandes dimensions. Ces problèmes limitent de manière importante la possibilité d'exportation et même l'utilisation locale. De nouvelles techniques de fixation visant à diminuer le poids et la fragilité des plaques sont développées par ailleurs et ne seront pas abordées dans cette étude. Nous nous intéresserons, pour notre part, à la découpe géométrique au placement des pièces de Zellij. Les matériaux constituant les carreaux de Zellij sont constitués d'argile rugueuse et d'argile lisse et sont revêtus par une peinture spéciale.



Fig. 1. Exemple de pièces assemblées du Zellij sur un mur

On doit au génie de l'art musulman le développement, à partir de formes primitives simples, d'un langage d'une originalité, d'une richesse et d'une puissance d'expression extraordinaires.

Les formes géométriques simples (figures 2), de type primitives (formes primitives selon la terminologie utilisée en CAO), sont assemblées sans vide ni recouvrement en un motif capable, par report symétrique, de "paver" [1] une surface idéale infinie. De tels assemblages donneront naissance à des formes secondaires qui enrichiront le répertoire à disposition des artistes. Celles-ci engendreront à leur tour, par un même mouvement, d'autres formes nouvelles. C'est ainsi, à partir de compositions très simples, que la mosaïque s'est peu à peu enrichie et compliquée jusqu'à devenir un art majeur, à forte cohérence interne, qui culminera dans les réalisations de motifs en Zellij (figures 3 (a) et (b)) du Maroc contemporain.

Dans cet article nous proposons une méthode qui consiste à analyser un ensemble de motifs traditionnels (analyser un motif, c'est en extraire un ensemble d'informations nécessaires et suffisantes pour le reconstruire), puis à reconnaître automatiquement le contour de chaque forme primitive.



Fig. 2. Types de formes primitives



Fig. 3. (a) un motif simple "étoile à 16"

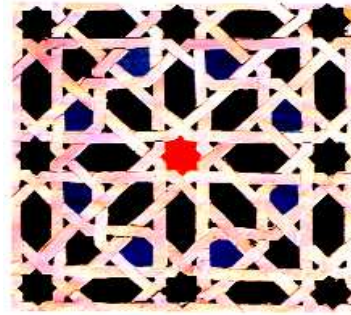


Fig. 3. (b) un motif simple "étoile à 8"

2 EXTRACTION DES CONTOURS

Les techniques actuelles d'analyse des images sont déjà capables de fournir une aide substantielle pour la navigation intelligente dans les bases d'images. La recherche d'images par le contenu, initiée aux Etats-Unis au début de la décennie, est maintenant un thème de recherche de prédilection de la vision par ordinateur.

Un système d'indexation - recherche d'une base d'images de mosaïque est proposé [2]. Ces images opèrent sur des formes géométriques simples, assemblées sans vide ni recouvrement pour constituer un motif capable, par report symétrique, de "paver" une surface. Il s'agit de développer des outils permettant d'exploiter une base d'images de mosaïque de l'art arabo - mauresque. Dans ce but [2] évoque l'intérêt de l'indexation automatique des images fondée sur leur contenu, qui permet d'éviter toute interprétation de haut niveau de la scène. Cette méthode présente l'avantage de limiter la difficulté pour l'utilisateur en lui évitant la traduction de l'image recherchée en mots ou en chiffres.

Compte tenu de la nature des images traitées, l'utilisation de la forme des objets étudiés est la solution retenue pour indexer la base d'images. Cette forme est généralement représentée par un ensemble connexe de pixels ou par son contour. L'extraction des caractéristiques de formes qui constitue une phase primordiale de la conception du système indexation-recherche repose sur des techniques connues en traitement et en analyse d'images (annexe 1).

Le principe du système d'indexation - recherche, proposé dans le cadre de ce travail est le suivant:

- Dans une première phase, il s'agit d'appliquer une méthode de segmentation [3] en vue d'extraire le contour de toutes les formes élémentaires de l'image requête (tessels).
- L'algorithme de suivi de contour de Rosenfeld utilisé dans [2] est appliqué sur chaque contour pour identifier la position (x, y) des points contour.
- Dans une deuxième phase, ces positions (x, y) sont utilisées pour calculer l'index de forme de chaque forme élémentaire présente dans l'image requête [4].
- Dans une phase finale, ces index calculés sont comparés à des index préalablement calculés et stockés dans la base représentant toutes les formes élémentaires utilisées pour la construction des scènes de Zellij (en appliquant des calculs de similarité floue).

Ce travail repose, en partie, sur les outils de la morphologie mathématique, qui ont pour but d'étudier ou de traiter un ensemble à l'aide d'un autre ensemble, appelé élément structurant, qui sert de sonde. À chaque position de l'élément structurant, on regarde s'il touche ou s'il est inclus dans l'ensemble initial. En fonction de la réponse, on construit un ensemble de sortie. On obtient ainsi des opérateurs de base qui sont relativement intuitifs [5], [6].

Le principal domaine d'application de la morphologie mathématique est le traitement d'images. Elle fournit, en particulier, des outils de filtrage, de segmentation et de quantification. Depuis son apparition, en 1964, elle connaît un succès grandissant et désormais contribue à garnir la boîte à outils de tout traiteur d'images.

Les filtres morphologiques binaires sont utilisés pour supprimer les bruits présents dans une image résultant d'un seuillage (annexe 1). Les filtres par reconstruction constituent une opération préalable de pré-traitement, précédant celle de détection des contours. Un algorithme rapide de squelettisation basé sur la théorie des automates finis est ensuite développé. La figure 4 montre une image originale filtrée par reconstruction, puis son contour correspondant squelettisé avec suppression des bords.

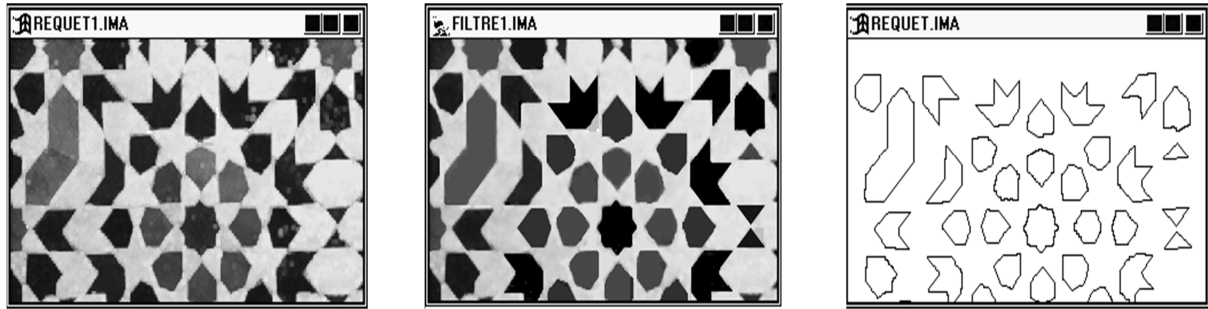


Fig. 4. Image requête et le contour correspondant

La figure 4 montre le résultat du filtrage, de gauche à droite : image originale, image filtrée par reconstruction, contour correspondant squelettisé avec suppression des bords.

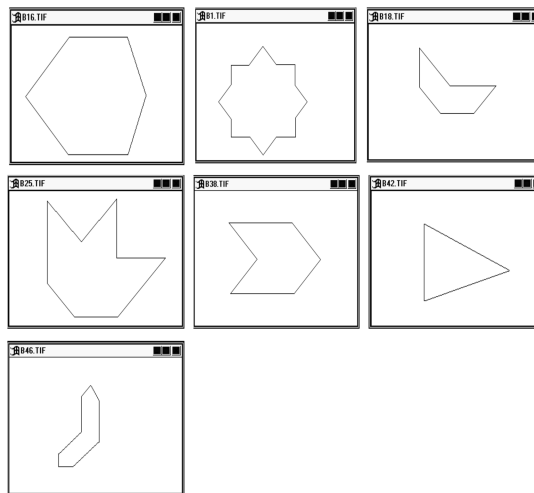


Fig. 5. Formes primitives présentes dans l'image requête

La figure 5 représente les objets identifiés par une procédure de recherche utilisant les index de Fourier.

Les techniques modernes d'indexation - recherche se basent d'une manière générale sur la couleur, la forme, la texture ou une combinaison de ces attributs. L'objectif de la première étape de développement du procédé présenté dans ce travail est d'isoler et de reproduire une forme élémentaire, donc d'une même couleur. L'information couleur n'est pas discriminante. D'autre part, vu la nature de la base d'images traitées dans le cadre de ces travaux, l'attribut texture n'est pas non plus significatif. La forme donc est un attribut de niveau bas adapté pour représenter l'information.

3 CONSTRUCTION DE MOTIFS

Il y a deux démarches de construction de motif [1] :

- ⇒ Démarche à posteriori
- ⇒ Démarche a priori

La démarche à posteriori consiste à réduire le motif à une partie minimale asymétrique, généralement triangulaire "triangle minimal ou graine" (figure 6a). Reconnaître les rapports ordonnant la disposition des quelques lignes inscrites dans le triangle minimal. Cette méthode laborieuse, s'applique à un motif particulier : pour une autre étoile, il faut tout recommencer. Par ailleurs, elle laisse l'opérateur démuni pour la recherche et la création de nouveaux motifs.

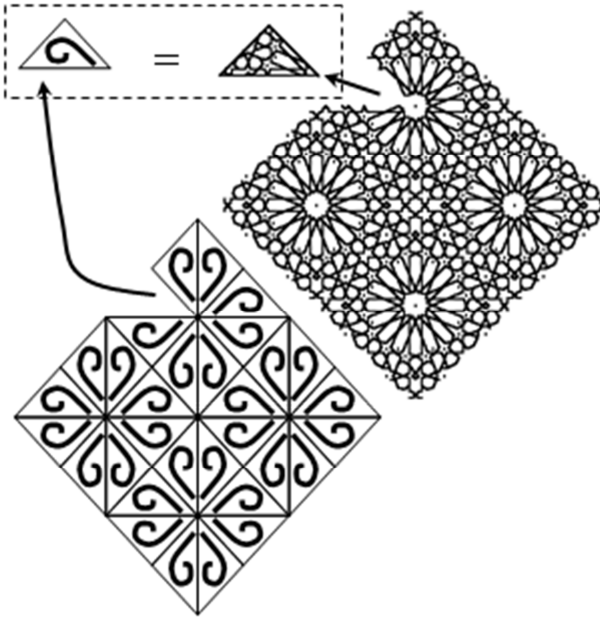


Fig. 6. (a) : de gauche à droite : schéma de structure, triangle minimal et motif analysé.

La démarche à priori ou méthode "géométrie douce" consiste à découvrir, par des jeux de transformations graphiques, un vaste ensemble de motifs traditionnels à complexité croissante en ne partant que des formes les plus simples. La plupart des motifs sont construits à partir de structures polygonales où alternent deux pièces essentielles [1] : l'octogone étoile ou "sceau de Salomon" et le "saft" (figure 6b). L'alternance "sceau de Salomon - saft" génère des rubans polygonaux aux angles multiples de 45 degrés. Lorsque le ruban se ferme il peut être considéré comme un squelette (figure 6c).

La figure 6b représente un motif obtenu à partir du squelette "petit octogone" de la figure 6c.

La construction des motifs fait appel à une géométrie élémentaire "méthode géométrie douce" [1]. Elle consiste tout d'abord à poser les premières bases, puis à appliquer systématiquement le même procédé avec des hypothèses allant du plus simple au plus complexe.

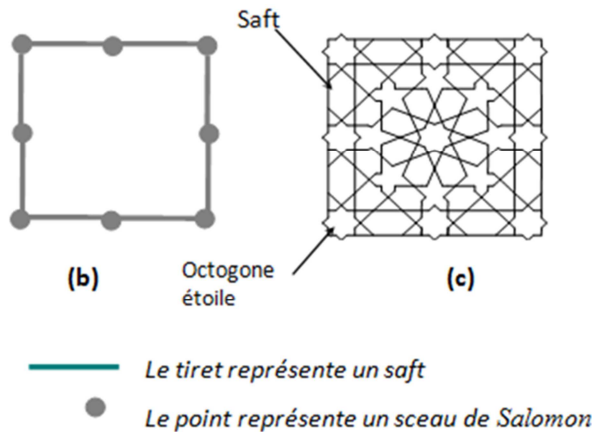


Fig. 6. (b) motif obtenu à partir du squelette "petit octogone", (c) squelette de la plus simple des étoiles à 8 (petit octogone).

Dans la plupart des cas, les squelettes sont à symétrie centrale. La plus simple des étoiles à "8" (figure 7b) sur un squelette carré de côté 2 (figure 7a) pourra être la base de découverte de nouvelle étoile à "8" par une simple rotation ou élimination du squelette (figure 7b). Partant du squelette en octogone étoilé de la figure 7c, nous inscrivons au centre une étoile à 8 safts (figure 7d). La figure 7e montre une possibilité, parmi plusieurs, de raccordements de traits. Nous pouvons obtenir plusieurs motifs en partant d'un seul type de squelette suite à des combinaisons de raccordements ou rotations d'étoile. Le même motif peut avoir aussi plusieurs aspects de couleurs différentes (figure 7f) puisqu'une même forme primitive du motif peut être découpées dans des carreaux de base de couleurs différentes.

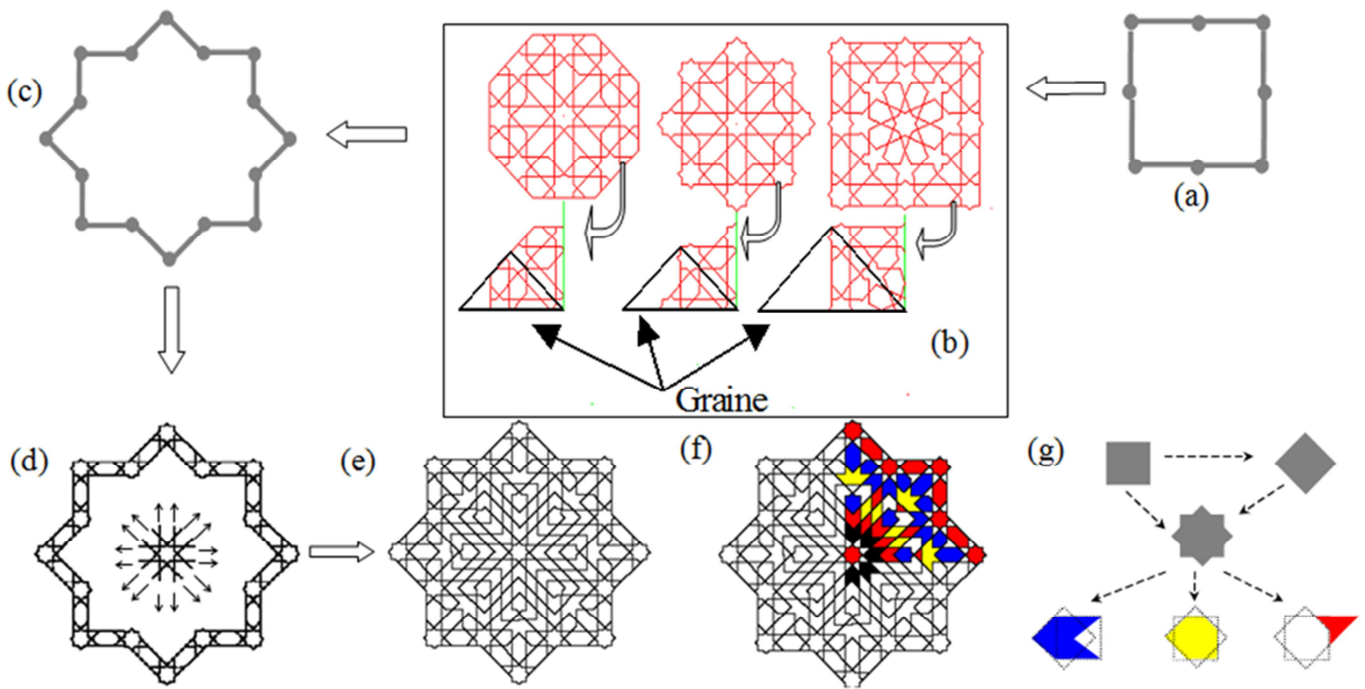


Fig. 7. : (a) squelette carré, (b) différentes interprétations de l'étoile à 8, (c) squelette en octogone étoilé, (d) étoile à 8 safts au milieu du squelette, (e) motif obtenu, (f) exemple de coloration (g) exemple de différentes formes primitives obtenues à partir du carré.

C'est ainsi qu'un vaste ensemble de motifs traditionnels sera défini, commençant par l'étoiles à "8" et aboutissant selon une même logique au moyen de clés complémentaires aux grandes étoiles, de 16 à 96 pétales. En chemin des formes primitives de Zellij apparaîtront successivement (figure 7g). Une bibliothèque de motifs et de formes primitives est enrichie à chaque nouvelle création. Il y a aussi la possibilité de paramétrer les dimensions des formes primitives alors qu'à ce jour, les formes primitives découpées à la tradition ont les mêmes dimensions. Chaque motif choisi ou créé est constitué d'un ensemble de formes primitives qui doivent être découpées.

Le diagramme de décision de la figure 8 explique le choix des décisions globales. Le problème de la détection de contours dans une image numérisée, où plus généralement celui de la segmentation d'une image, peut apparaître dans divers domaines où un certain traitement d'images est nécessaire : télédétection, reconnaissance de formes, contrôle qualité, télémédecine,...

Si on caractérise les contours étudiés dans ces diverses situations par le profil de niveau de gris sur une ligne d'image, on obtient quatre types de contours idéaux [9].

On peut dire qu'un contour est une zone de transition plus ou moins brutale séparant deux plages de textures différentes ou de niveaux de gris différents. Il est bien connu qu'un algorithme de détection de contours est conçu en fonction de l'utilisation ultérieure des contours obtenus, et que la précision requise est différente pour les différentes utilisations de ces contours.

Les difficultés rencontrées par la plupart des détecteurs de contours classiques (gradient, laplacien, ... etc) proviennent du bruit important présent dans les images bruitées (bruit du capteur, bruit d'échantillonnage, irrégularité de la surface des objets,...). Cependant les opérateurs de type Gaussiens permettent à la fois la détection des contours et la suppression du bruit. A leur tour, ces opérateurs présentent un problème lié au choix du paramètre d'échelle σ (conflit : suppression du bruit, localisation de contours).

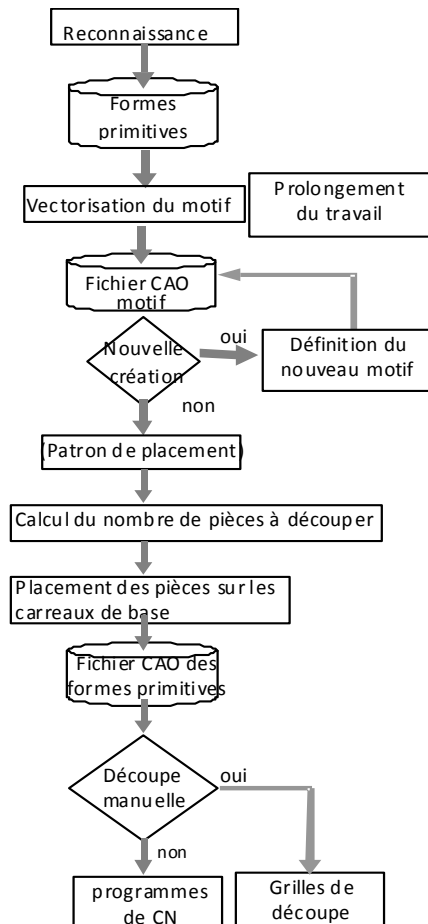


Fig. 8. Diagramme de décision

La figure 8 explique le choix des décisions commençant par la reconnaissance jusqu'au programme de commande numérique. Le motif défini en CAO est édité puis utilisé comme "patron" pour le placement des différentes formes primitives découpées en vue de les assembler.

L'algorithme figure 9 examine l'ensemble des points du contour de la forme primitive et en extrait ensuite le tableau des points $P_{i(i=0,3)}$ qui constituent les sommets du rectangle circonscrit.

Sortie : tableau T des points $P_{i(i=0,3)}$ du rectangle circonscrit

INITIALISATIONS :

$i \leftarrow 0$

$j \leftarrow 0$

Début

Répéter pour chaque entité "i" du contour

Répéter pour chaque point "j" de l'entité

Trouver les coordonnées x_j et y_j du rectangle circonscrit (valeurs extrêmes)

Jusqu'à $j = 2$

$i \leftarrow i + 1$

Jusqu'à $i = \text{nombre d'entité}$

Fin

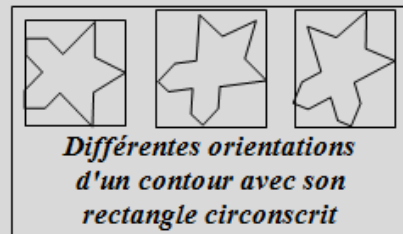


Fig. 9. Algorithme de recherche du rectangle circonscrit

4 USINAGE DES FORMES PRIMITIVES

Les procédés actuels de production de Zellij restent traditionnels. La réalisation des formes primitives devant constituer les motifs élémentaires avant leur fixation sous forme de plaques, actuellement passe par deux étapes essentielles :

1. la préparation du carreau de base de Zellij d'environ $11 \times 11 \times 1.2 \text{ cm}^3$ (préparation de la pâte "en argile", aplatissement, découpe, dessèchement, cuisson, revêtement, ...)
2. le taillage des formes primitives à partir des carreaux de base de Zellij (façonnage manuel, face par face, par une main d'œuvre qualifiée et coûteuse).

Dans ce qui suit, nous proposons un procédé continu de taillage des formes primitives. Cette nouvelle méthode de découpe permet d'obtenir la trajectoire de l'outil de découpe, à partir des contours de formes primitives placées sur un plan (les dimensions de ce plan sont ceux de la face colorée du carreau de base).

4.1 PLACEMENT ET DÉFINITION DES TRAJECTOIRES

La méthode consiste à extraire, à partir d'un fichier CAO des motifs, les contours fermés qui sont constitués par un ensemble de segments (position (x,y) des deux points définissent un segment) qui construisent les formes primitives.

Le contour de chaque forme primitive définit les faces à usiner, il englobe la Face d'Usinage Commune (FUC). La FUC [7], [8] est une face d'usinage de poids maximal (le poids représente le cardinal de l'ensemble minimal des arrêtes issues de l'intersection de la face d'usinage considérée et des autres faces d'usinage), la figure 8 représente l'exemple de la FUC d'une pièce de Zellij obtenues à partir d'un modèle de faces frontières (annexe B).

Le balayage du contour de la forme primitive (modèle 2D) ou de la FUC (modèle de faces frontières) par un outil de coupe conique à 60° garanti la découpe de la pièce de Zellij.

Le contour d'une FUC peut avoir plusieurs orientations. Chaque orientation est obtenue par la position verticale d'une entité (de type segment) parmi les entités du contour. Pour chaque position du contour obtenu nous déterminons son rectangle circonscrit. La duplication, de ce rectangle, permet de définir la trajectoire de l'outil de coupe.

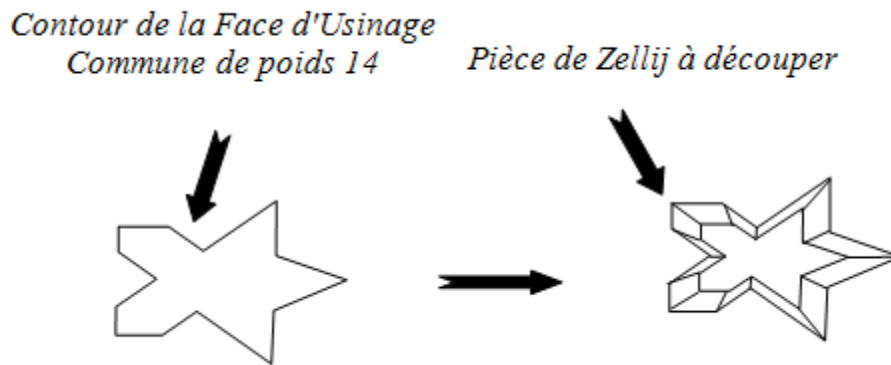


Fig. 10. Exemple de Faces d'Usinage Communes d'une pièce de Zellij obtenues à partir d'un modèle de faces frontières.

Le contour d'une forme primitive peut avoir plusieurs orientations. Chaque orientation est obtenue par la position verticale d'une entité (de type segment de droite) parmi les entités du contour. Le nombre des orientations dépend du nombre de segments du contour.

Pour chaque orientation du contour obtenu nous déterminons son rectangle circonscrit (figure 9). La duplication, de ce rectangle permet de définir la trajectoire de l'outil de coupe (figure 11).

La duplication symétrique est la mieux adaptée puisqu'elle optimise les chutes. En effet, de nouvelles pièces sont récoltées après la découpe d'un carreau de base et elles peuvent être utilisées pour constituer d'autres motifs. Par exemple, l'octogone étoile est obtenue par une duplication symétrique de la pièce (figure 11).

D'autres orientations de contours peuvent être obtenues, selon le besoin, en faisant de simples combinaisons et duplications des trente-sept formes primitives utilisées dans la création des motifs.

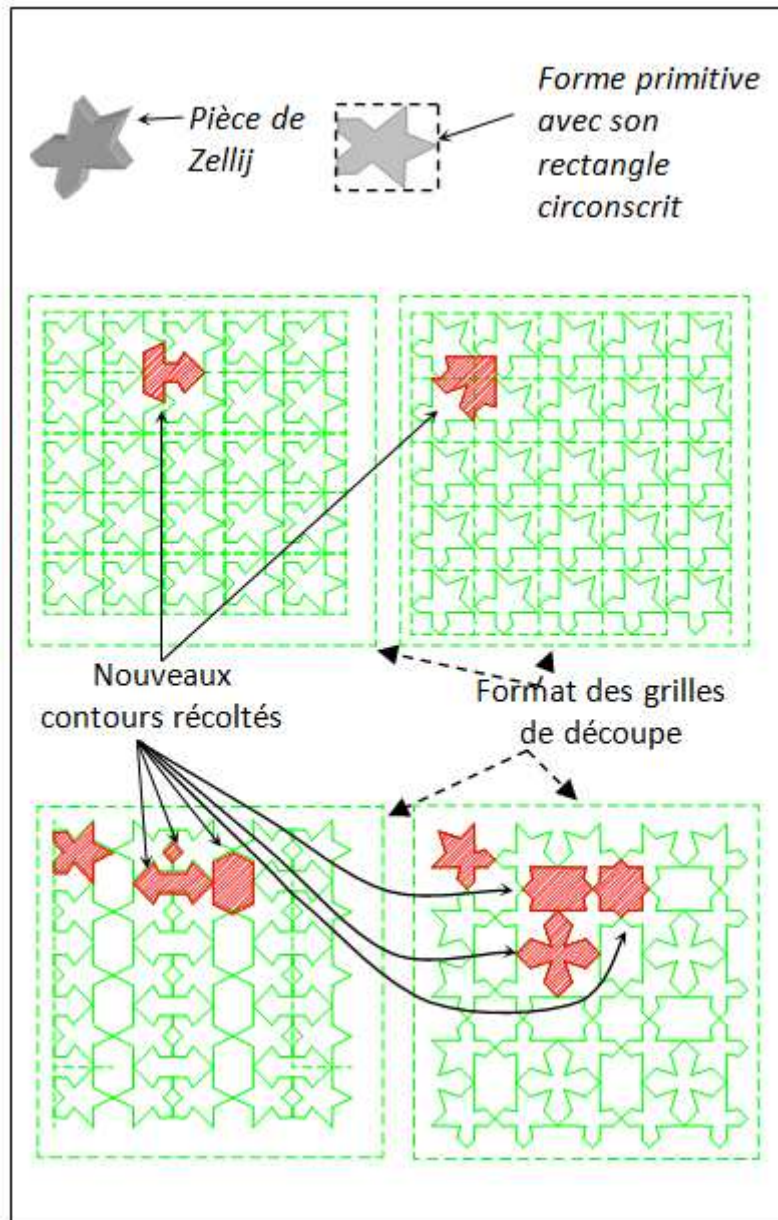


Fig. 11. Exemples d'orientations de contours de formes primitives

4.2 DÉCOUPE

Dans ce paragraphe, nous proposons deux modèles de découpe, le premier manuel, utilise une grille de découpe, l'autre fait appel à un "porte-pièce" monté sur deux axes numérisés.

Déplacement manuel :

Les contours de formes primitives serviront à l'élaboration des grilles de découpe (Figure 11). Ces grilles de la taille d'un carreau de base de Zellij, sont obtenues par simple usinage et permettent, la définition de la trajectoire de l'outil. Dans le cas du déplacement manuel pour la découpe (Figure 12), la pointe à suivre est logée dans des rainures en V de la grille (système de copiage). Les déplacements de l'ensemble {grille-carreau} sont effectués manuellement selon les axes X, Y. Pour ce procédé manuel, la phase de découpe nécessite deux opérations, la première c'est une opération d'ébauche avec l'outil 1 (outil conique pour réaliser la dépouille nécessaire pour la bonne fixation des pièces entre elles par l'intermédiaire du liant) et la deuxième c'est une phase de finition avec l'outil 2 de faible diamètre.

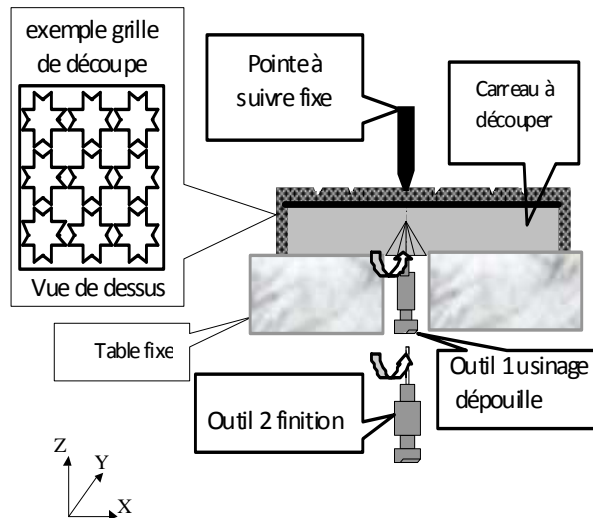


Fig. 12. Principe de découpe manuelle

Déplacement automatisé :

Dans le cas d'un déplacement automatisé, la grille de découpe est remplacée par deux axes numérisés. Le programme de commande numérique (code ISO) est généré à partir des contours de la FUC comme profil fini pour établir le sous-programme. Ce dernier est appelé autant de fois que de duplications, en utilisant les fonctions préparatoires de translation et de rotation du système de coordonnées. L'utilisation des fonctions de symétrie et l'imbrication des programmes sont nécessaires. Dans ce cas, l'utilisation simultanée des deux outils 1 et 2 (Figure 13) est possible, leurs pénétrations est donnée par un système vis-écrou mené en rotation par un moteur électrique.

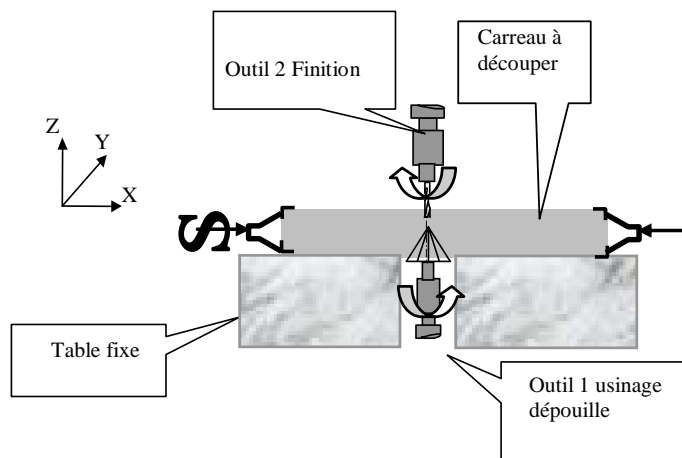


Fig. 13. Principe de découpe automatisée

5 CONCLUSION

La méthode proposée dans cet article consiste à extraire un ensemble d'informations nécessaires et suffisantes pour reconstruire un ensemble de motifs traditionnels. La reconnaissance du contour des formes primitives est une étape essentielle. En effet, les contours reconnus sont à la base du choix du type de motif ou de construction de nouveaux motifs. Le motif défini en CAO est édité puis utilisé comme "patron" pour le placement des différentes formes primitives découpées.

La reconnaissance automatique du contour de chaque forme primitive est nécessaire pour générer la gamme de découpe. Nous avons proposé une méthode pour le choix du positionnement du contour, dans un plan qui a les dimensions de la face

colorée du carreau de base de Zellij à découper, pour optimiser les chutes. A la suite nous avons proposé deux méthodes de découpe, le premier manuel utilise une grille de découpe, l'autre utilise deux axes numérisés.

Ce procédé ouvre la possibilité de composer les motifs par assemblage des formes primitives de natures différentes: pièces de Zellij, pièces de marbre, pièces en bois. Il est possible d'envisager aussi le choix automatique des motifs (couleurs et dimensions), par une homothétie du squelette et de calculer le nombre de formes primitives qu'il est nécessaire de découper pour une surface donnée.

Les prolongements de cette étude sont multiples et peuvent être classés selon deux orientations :

- La première orientation est liée à la fabrication proprement dite. Dans cette voie, les développements concernent les modes possibles de fixation, l'utilisation d'autres techniques de découpe telles que jet d'eau. Cependant le respect du contexte local conditionne la réussite, l'acceptation des évolutions proposées, critère jugé prioritaire pour ce projet.
- La seconde orientation se situe en amont et concerne les développements des modes possibles de fixation des pièces découpées.

A noter aussi, que nous sommes entrain d'étudier une autre méthode d'obtention des pièces de Zellij, c'est l'estampage des formes primitives, elle consiste à graver les formes primitives (figure 14) directement sur le carré de base. cette méthode qui n'est pas chère à mettre en œuvre va permettre de réduire d'une manière très importante les chutes de matière première et surtout de réduire la consommation de l'énergie. Cette étude consiste à trouver le comportement et le rétrécissement des pièces après la cuite au four.

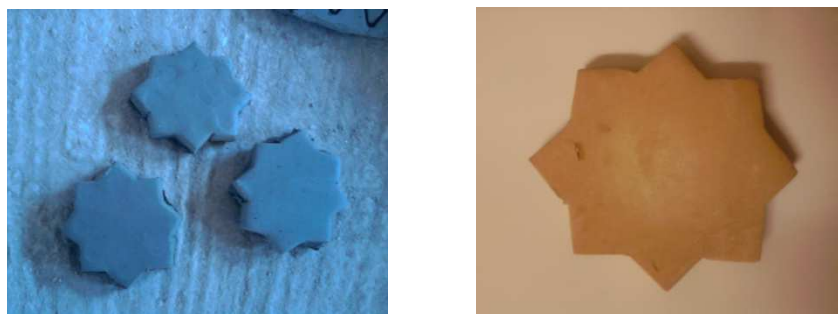


Fig. 14. Estampage de la forme primitive étoile à "8", avant (gauche) et après (droite) la cuite au four

REMERCIEMENTS

Ces travaux sont effectués en parties en collaboration avec la chambre de l'industrie artisanale de la ville de Fès - Maroc.

REFERENCES

- [1] J.M. Castéra "ARABESQUES, art décoratif au Maroc". ACR Edition 1996.
- [2] T. Gadi " Conception d'un système d'indexation recherche d'une base d'images de décors arabo-mauresque", Thèse de doctorat, Université Sidi Mohamed Ben Abdellah Fès (Maroc), sept. 1999
- [3] T. Gadi, R. Benslimane "Segmentation hiérarchique floue" Traitement du signal, volume 17, n° 1, pp. 1-9, 2000.
- [4] T. Gadi, R. Benslimane, M.Daoudi, *Fuzzy shape-based retrieval scheme*, in : RSR Calculateurs Parallèles, Image et Vidéo, pp. 417-430, Edition Hermes, 2000.
- [5] L. Najman et H. Talbot, *Morphologie Mathématique 1 : approches déterministes*, Hermès - Lavoisier, Paris, 2008
- [6] L. Najman et H. Talbot, *Morphologie mathématique 2: estimation, choix et mise en œuvre*, Hermès / Lavoisier, 2010
- [7] D. Amegouz, T. Ouazzani, , M. Carrard, " Décomposition et analyse d'usabilité des CFC du graphe GADEC ". Colloque International de Conception et Production Intégrées, FST de Tanger, pp 152-161, 25 et 26 nov. 1999.
- [8] D. Amegouz, A. Trabelsi, M. Carrard, T.Ouazzani, "L'utilisation de GADEC pour le traitement orienté usinage des entités de forme enrichies à partir d'un graphe cellulaire" Colloque International de Conception et Production Intégrées, FST de Tanger, pp 152-161, 25 et 26 nov. 1999.
- [9] W.K. Pratt, *Digital Image Processing*, 2nd Edition, John Willey and Sons INC., 1991.

- [10] J. Canny, "*A computational approach to edge detection*", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Mach. Intell., vol. PAMI-8 n° 6, pp. 679-698, nov. 1986.
- [11] Petro and Kitler, "*Optimal edge detectors for ramp edges*", IEEE PAMI vol. 13, n°5, mai 1991.
D. Zio, "*Line detection using optimal I.I.R Filter*", IEEE on Pattern Recognition, vol 24, n° 6, pp. 465-478, 1991.

ANNEXE 1 FILTRE DE CANNY (CAS MONO DIMENSIONNEL)

L'approche de Canny [10] est présentée à une dimension, elle consiste à trouver le filtre optimal de réponse impulsionnelle $f(m)$ satisfaisant les trois contraintes suivantes pour un signal d'entrée en échelon :

- Une bonne détection
- Une bonne localisation
- Une faible multiplicité des maximums dus au bruit.

Canny exprime les points de contour par:

$$I_e(m) = A u_{-1}(m) + b(m)$$

$I_e(m)$ contour observé, $b(m)$ bruit Gaussien de moyenne nulle et de variance σ_0 .

$u_{-1}(m)$ contour vrai avec :

$$u_{-1}(m) = \begin{cases} 1 & \text{si } m \geq 0 \\ 0 & \text{sin on} \end{cases}$$

Soit h la réponse impulsionnelle du filtre de lissage $I_s = I_e * h$, on calcule alors le gradient

$$\nabla I_s = \nabla(I_e * h) = I_e * \nabla h \quad \text{posons } f = \nabla h$$

Il s'agit de convoluer l'image I_e par un opérateur de détection $f(m)$ pour obtenir le gradient de I_s . L'opérateur $f(m)$ doit satisfaire les trois critères suivants :

- Bonne détection : maximisation du rapport signal sur bruit (SNR) avec :

$$SNR = \frac{A \left| \int_{-\infty}^0 f(m) dm \right|}{n_0 \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} f^2(m) dm}}$$

- Bonne localisation : mesurée par L :

$$L = \frac{A |f'(0)|}{n_0 \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} f^2(m) dm}}$$

- Réponse unique : à un contour détecté doit correspondre un seul maxima de la sortie ∇I_s , les maxima de ∇I_s doivent être les plus éloignés possibles les uns des autres.

Soit x_{max} , distance moyenne entre deux maxima de la sortie ∇I_s , on l'exprime par :

$$x_{max} = 2\pi \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f'^2(m) dm}{\int_{-\infty}^{+\infty} f''^2(m) dm}} = K$$

En tenant compte de ces trois critères, Canny montre que la fonction f qui maximise le produit $SNR \times L$ et donne un x_{max} égal à K , s'exprime par :

$$f(m) = a_1 e^{am} \sin(\omega m) + a_2 e^{am} \cos(\omega m) + a_3 e^{-am} \sin(\omega m) + a_4 e^{-am} \cos(\omega m) + C$$

Les différents coefficients sont déterminés à l'aide des conditions aux limites pour trouver un opérateur $f(m)$ sous la forme d'un filtre à réponse impulsionnelle finie.

Ainsi, l'opérateur de Canny correspond à la première dérivée du filtre gaussien, nous donnerons ci dessous son implémentation dans le cas bi-dimensionnel. Le filtre gaussien est défini par:

$$G(m,n) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{m^2+n^2}{2\sigma^2}}$$

Les deux composantes orthogonales du gradient de l'image brute filtrée par la gaussienne sont données par:

$$y_m = -\frac{m}{\sigma^2} G(m,n) * x_{mn} \qquad y_n = -\frac{n}{\sigma^2} G(m,n) * x_{mn}$$

ANNEXE 2 FILTRE DE DERICHE

a - cas monodimensionnel

Deriche reprend le formalisme de Canny en recherchant une fonction f optimale vérifiant les critères précédents réalisant un filtre à réponse impulsionnelle infinie. D'où une fonction f(m) :

$$f(m) = \frac{S}{\omega} e^{-\alpha|m|} \sin(\omega m)$$

Avec S pente à l'origine de f(m). Il tire alors l'expression des critères de performance :

$$L = \sqrt{2\alpha} \quad L \times SNR = \frac{2\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}}$$

$$SNR = \sqrt{\frac{2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}} \quad K = \sqrt{\frac{\alpha^2 + \omega^2}{5\alpha^2 + \omega^2}}$$

Le meilleur indice de performance est obtenu lorsque $\alpha \gg \omega$. Dans ce cas, la fonction optimale s'écrit :

$$g(x) = c \times e^{-\alpha|x|}$$

b - cas bidimensionnel

- Lissage : Le filtre utilisé combine deux filtres monodimensionnels dans les directions m et n. Le filtre de lissage choisi est l'intégrale h(m) du filtre optimum :

$$g(m) = c \times e^{-\alpha|m|}$$

$$h(m) = K(\alpha|m| + 1)e^{-\alpha|m|}$$

On a alors dans le cas bidimensionnel :

$$h(m, n) = K(\alpha|m| + 1)e^{-\alpha|m|} - K(\alpha|n| + 1)e^{-\alpha|n|}$$

- Gradient

Le calcul du gradient est effectué à l'aide des dérivées premières, g_m et g_n , selon m et n de l'image lissée. On obtient :

$$g_m(m, n) = c|m|e^{-\alpha|m|} \times K(\alpha|n| + 1)e^{-\alpha|n|}$$

= (Calcul du gradient suivant m)*(lissage suivant n)

$$g_n(m, n) = c|n|e^{-\alpha|n|} \times K(\alpha|m| + 1)e^{-\alpha|m|}$$

= (Calcul du gradient suivant n)*(lissage suivant m)

Ces filtres sont séparables et peuvent s'implémenter récursivement

- Laplacien : Pour le calcul du Laplacien Deriche utilise l'opérateur de lissage h(m) tel que :

$$h(m) = K e^{-\alpha|m|}$$

D'où un opérateur bidimensionnel dérivée seconde :

$$x_{mm} = e^{-\alpha|m|} e^{-\alpha|n|} - K\alpha e^{-\alpha|m|} - K\alpha e^{-\alpha|n|}$$

D'autres filtres optimaux de détection de contours ont été développés. Ils reposent sur des principes similaires (lissage et application d'un opérateur différentiel) et utilisent d'autres critères d'optimisation [11], [12].

ANNEXE 3 : DÉFINITION DE LA FACE D'USINAGE COMMUNE "FUC"

La figure 16 montre comment extraire des FUC [5] [6] avec un poids maximal :

Face d'usinage "FU": Enveloppe de l'ensemble des points de contact entre l'outil et un élément caractéristique de l'entité (face plane ou face cylindrique) au cours du mouvement de travail de l'outil.

Poids d'une face d'usinage: Considérons les faces qui enveloppent l'ensemble des sommets d'une entité de forme qui ont en commun une même coordonnée suivant l'un des axes du repère. Le poids d'une face d'usinage est le cardinal de l'ensemble minimal des arêtes convexes issues de l'intersection de la face d'usinage considérée avec les autres faces d'usinage. Deux faces d'usinage ayant en commun au moins une arête sont représentées par une seule arête au niveau de l'ensemble minimal (figure 16).

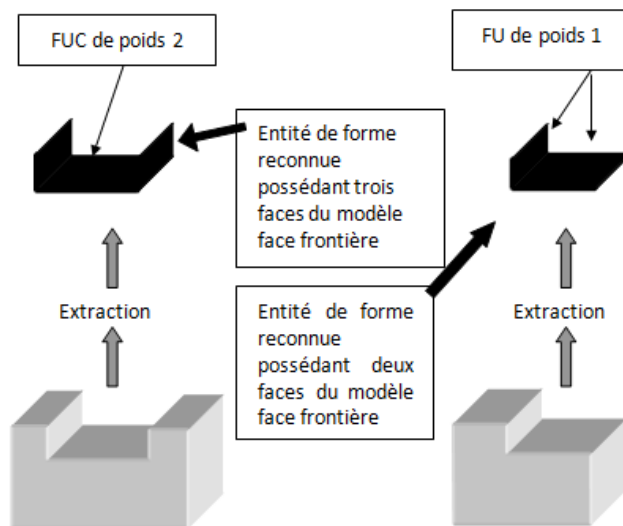


Fig. 15. Exemple de FUC et le poids correspondant